FÍSICA CUÁNTICA: EJERCICIO RESUELTOS

1.-Un electrón salta de un nivel de energía más externo a otro más interno entre los que hay una diferencia de energía de 1,5·10^{-15} J ¿Absorbe o emite energía? ¿Cuál es la frecuencia de la radiación? Dato: h = 6,63·10^{-34}J·s

$$\text{Ecuación de Planck}: E = h \cdot f$$

Emite energía, y la energía emitida vale $E_2 - E_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-15}$ J

$$E_2 - E_1 = h \cdot f \;\Rightarrow\; f = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-15}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 2{,}26 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

2.- Un átomo de hidrógeno está en un estado excitado 2 con una energía E$_2$ = -3,40 eV. Ocurre una transición hacia el estado 1 con una energía E$_1$ = - 13,6 eV y se emite un fotón. Calcular la frecuencia de la radiación emitida.

Datos: h = 6,63·10^{-34} J·s; q$_e$ = 1,602·10^{-19} C

$$\text{Ecuación de Planck}: E = h \cdot f$$

$$E_2 = -3{,}4\ eV \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} C}{1e} = -5{,}45 \cdot 10^{-19}\ J \qquad E_1 = -13{,}6\ eV \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} C}{1e} = -2{,}18 \cdot 10^{-18}\ J$$

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{-5{,}45 \cdot 10^{-19} (-2{,}18 \cdot 10^{-18})}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 2{,}47 \cdot 10^{15}\ Hz$$

3.- En el átomo de hidrógeno, cuando un electrón pasa de un estado excitado a un estado normal, emite un cuanto de energía (fotón) de energía 10,18 eV. ¿Cuál es la longitud de onda que corresponde a la raya emitida?

Datos: h = 6,63·10^{-34} J·s; c = 3·10^{8} m s^{-1}; 1 eV = 1,602·10^{-19} J.

$$\text{Ecuación de Planck}: E = h \cdot f \qquad E_2 - E_1 = 10{,}18 eV = 10{,}18 eV \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} C}{1e} = 1{,}63 \cdot 10^{-18}\ J$$

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{1{,}63 \cdot 10^{-18}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 2{,}46 \cdot 10^{15}\ Hz \qquad c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{2{,}46 \cdot 10^{15}} = 1{,}22 \cdot 10^{-7}\ m$$

4.- Una emisora de radio emite con una frecuencia de 1,2 MHz y una potencia de 2 kW. Calcula el número de cuantos de energía (fotones) en 5 segundos.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Energía de todos los fotones}: E = n \cdot h \cdot f \\ \text{Potencia(P)} = \dfrac{\text{Energía(E)}}{\text{tiempo(t)}} \Rightarrow E = P \cdot t \end{array}\right]$$

$$n \cdot h \cdot f = P \cdot t \Rightarrow n = \frac{P \cdot t}{h \cdot f} = \frac{2 \cdot 10^{3} \cdot 5}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{6}} = 1{,}26 \cdot 10^{31}\ fotones$$

5.- La energía umbral del Cr es 7,04·10^{-19} J. Determina:

a) Si una onda (radiación) de 4·10^{15} Hz es capaz de arrancar electrones del Cr

b) La velocidad de escape de los electrones si es que el proceso se produce.

Datos: h=6,63·10^{-34} J·s ; m$_e$= 9,11·10^{-31} kg

$$W_o = 7{,}04 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$a)\ f = 4 \cdot 10^{15} Hz \ ; \quad W_o = h \cdot f_o \Rightarrow f_o = \frac{W_o}{h} = \frac{7{,}04 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 1{,}06 \cdot 10^{15}\ Hz$$

Como $f\ (4 \cdot 10^{15}\text{Hz}) > f_o\ (1{,}06 \cdot 10^{15}\text{ Hz}) \Rightarrow$ Sí se produce el efecto fotoeléctrico

$$b)\ E = W_o + (Ec)_{\text{máx}} \Rightarrow h \cdot f = W_o + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \frac{(h \cdot f - W_o)}{m}} = \sqrt{2 \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 4 \cdot 10^{15} - 7{,}04 \cdot 10^{-19})}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 2076474 \frac{m}{s}$$

6.- La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el Cesio es de 654 nm. Si sobre una célula fotoeléctrica de Cs incide una radiación de 600 nm, calcular:

a) Velocidad máxima de los electrones a la salida del cátodo.

b) Potencial necesario para que cese la emisión de electrones.

Datos: h=6,63·10^{-34} J·s ; c=3·10^{8} m s^{-1} ; m$_e$= 9,11·10^{-31} kg ; q$_e$ = 1,602·10^{-19} C.

$$\lambda_o = 654\,nm = 654\cdot 10^{-9}\ m\ ;\quad \lambda = 600\,nm = 600\cdot 10^{-9}\ m$$

$$a)\ E = W_o + (Ec)_{máx} \Rightarrow h\cdot f = h\cdot f_o + \frac{1}{2}m\cdot v^2_{\max} \Rightarrow h\cdot\frac{c}{\lambda} = h\cdot\frac{c}{\lambda_o} + \frac{1}{2}m\cdot v^2_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot h\cdot c}{m}\cdot\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right)} = \sqrt{\frac{2\cdot 6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{9,11\cdot 10^{-31}}\cdot\left(\frac{1}{600\cdot 10^{-9}} - \frac{1}{654\cdot 10^{-9}}\right)} = 245135,2\ \frac{m}{s}$$

$$b)\ q\cdot V_o = E_C \Rightarrow q\cdot V_o = \frac{1}{2}m\cdot v^2_{\max} \Rightarrow V_o = \frac{m\cdot v^2_{\max}}{2\cdot q} = \frac{9,11\cdot 10^{-31}\cdot 245135,2^2}{2\cdot 1,602\cdot 10^{-19}} = 0,17\ V$$

7.- Se hace incidir una onda de f=3,2·10^{13} Hz sobre una superficie metálica, cuya energía umbral es 2·10^{-20} J. Calcula la energía cinética con que salen los fotoelectrones emitidos.

Datos: h=6,63·10^{-34} J·s

$$f = 3,2\cdot 10^{13}\ Hz\ ;\quad W_o = 2\cdot 10^{-20}\ J$$

$$h\cdot f = W_o + (Ec)_{máx} \Rightarrow (Ec)_{máx} = h\cdot f - W_o = 6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3,2\cdot 10^{13} - 2\cdot 10^{-20} = 1,22\cdot 10^{-21}\ J$$

8.- El potencial fotovoltaico (potencial de detención) de un metal es 0,1 V y el trabajo de extracción (función trabajo W$_0$) del metal es 10^{-18} J. ¿Cuánto vale la energía de la onda incidente (fotón incidente)?

Datos: h=6,63·10^{-34} J·s ; q$_e$ = 1,602·10^{-19} C.

$$V_o = 0,1\ V\ ;\ W_o = 10^{-18}\ J$$

$$(Ec)_{máx} = q\cdot V_o = 1,602\cdot 10^{-19}\cdot 0,1 = 1,602\cdot 10^{-20}\ J$$

$$E = W_o + (Ec)_{máx} = 10^{-18} + 1,602\cdot 10^{-20} = 1,016\cdot 10^{-18}\ J$$

9.- Calcula la energía cinética máxima y la velocidad máxima de los electrones arrancados de un metal por efecto fotoeléctrico, si la tensión necesaria para que no lleguen electrones al ánodo es 6 V.

Datos: m$_e$= 9,11·10^{-31} kg ; q$_e$ = 1,602·10^{-19} C.

$$V_o = 6\ V$$

$$(Ec)_{máx} = q\cdot V_o = 1,602\cdot 10^{-19}\cdot 6 = 9,612\cdot 10^{-19}\ J$$

$$(Ec)_{máx} = \frac{1}{2}m\cdot v^2_{\max} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2\cdot(Ec)_{máx}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9,612\cdot 10^{-19}}{9,11\cdot 10^{-31}}} = 1452655,7\ \frac{m}{s}$$

10.- El trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV. Se ilumina una superficie de aluminio con radiación de 2000 Å. Determina:

a) La longitud de onda umbral para el Al

b) El potencial de frenado para detener a los electrones emitidos en la fotocélula. Datos: h= 6,63·10^{-34} J·s ; 1 eV= 1,602·10^{-19} J; 1 Å = 10^{-10} m.

$$W_o = 4,2\,eV = 4,2\ eV\cdot\frac{1,602\cdot 10^{-19}\,J}{1eV} = 6,73\cdot 10^{-19}\ J\ ;\quad \lambda = 2000\,A^o = 2000\,A^o\cdot\frac{10^{-10}\,m}{1\,A^o} = 2\cdot 10^{-7}\ m$$

$$a)\ W_o = h\cdot f_o \Rightarrow f_o = \frac{W_o}{h} = \frac{6,73\cdot 10^{-19}}{6,63\cdot 10^{-34}} = 1,015\cdot 10^{15}\ Hz \Rightarrow \lambda_o = \frac{c}{f_o} = \frac{3\cdot 10^{8}}{1,015\cdot 10^{15}} = 2,96\cdot 10^{-7}\ m$$

$$b)\ E = W_o + (Ec)_{máx} \Rightarrow (Ec)_{máx} = E - W_o \Rightarrow \left\{(Ec)_{máx} = q\cdot V_o\right\} \Rightarrow q\cdot V_o = E - W \Rightarrow V_o = \frac{E - W_o}{q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{h\cdot f - W_o}{q} = \frac{h\cdot\frac{c}{\lambda} - W_o}{q} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot\frac{3\cdot 10^{8}}{2\cdot 10^{-7}} - 6,73\cdot 10^{-19}}{1,602\cdot 10^{-19}} = 2\ V$$

11.- En un experimento diseñado para determinar la constante de Planck, se ilumina una superficie metálica con luz monocromática de 1800 Å y se comprueba que la energía máxima de los electrones emitidos es 1,5 eV. Cuando la luz alcanza la longitud de onda de 2300 Å, cesa el efecto fotoeléctrico. Calcula el valor de h (constante de Planck).
Datos: 1 Å= 10^{-10} m ; 1 eV = $1{,}602\cdot10^{-19}$ J.

$$\lambda = 1800\, A^o = 1800\, A^o \cdot \frac{10^{-10}\, m}{1 A^o} = 1{,}8\cdot 10^{-7}\, m\, ; \quad \lambda_o = 2300\, A^o = 2300\, A^o \cdot \frac{10^{-10}\, m}{1 A^o} = 2{,}3\cdot 10^{-7}\, m$$

$$(Ec)_{\text{máx}} = 1{,}5 eV = 1{,}5\ eV \cdot \frac{1{,}602\cdot 10^{-19} J}{1 eV} = 2{,}403\cdot 10^{-19}\ J$$

$$h\cdot\frac{c}{\lambda} = h\cdot\frac{c}{\lambda_o} + (Ec)_{\text{máx}} \Rightarrow h = \frac{(Ec)_{\text{máx}}}{c\cdot\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right)} = \frac{2{,}403\cdot 10^{-19}}{3\cdot 10^{8}\cdot\left(\frac{1}{1{,}8\cdot 10^{-7}} - \frac{1}{2{,}3\cdot 10^{-7}}\right)} = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ J\cdot s$$

12.- Una superficie metálica presenta efecto fotoeléctrico cuando se ilumina con una radiación de frecuencia f. Si se ilumina la superficie metálica con una radiación de frecuencia el doble, los fotoelectrones que se desprenden, ¿tendrán doble energía cinética? ¿Por qué?

$$h\cdot f = W_o + (Ec)_{\text{máx}} \Rightarrow (Ec)_{\text{máx}} = h\cdot f - W_o$$

$$h\cdot f' = W_o + (Ec)'_{\text{máx}} \Rightarrow \{ f' = 2 f \} \Rightarrow h\cdot 2 f = W_o + (Ec)'_{\text{máx}} \Rightarrow (Ec)'_{\text{máx}} = 2\cdot h\cdot f - W_o$$

Si la nueva radiación tiene doble frecuencia, la energía cinética de los fotoelectrones no es el doble de la anterior.
Como se puede observar: $(Ec)'_{\text{máx}} \neq 2\cdot (Ec)_{\text{máx}}$

13- Un electrón posee una energía cinética de $1{,}14\cdot10^{-21}$ J. Calcula la longitud de onda de la onda de materia que le acompaña (longitud de onda asociada).
Datos: h=$6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s ; m_e= $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg .

$$Ec = \frac{1}{2} m\cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}14\cdot 10^{-21}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}} = 50027{,}4\ \frac{m}{s}$$

Hipótesis de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m\cdot v} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 50027{,}4} = 1{,}45\cdot 10^{-8}\ m$$

14.- Calcula la longitud de onda asociada de un electrón acelerado por una diferencia de potencial de 10 voltios.
Datos: h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s ; m_e = $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg ; q_e = $1{,}602\cdot10^{-19}$ C.

$$Ec = q\cdot V = 1{,}602\cdot 10^{-19}\cdot 10 = 1{,}602\cdot 10^{-18}\ J$$

$$Ec = \frac{1}{2} m\cdot v^2 = 1{,}602\cdot 10^{-18} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}602\cdot 10^{-18}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}602\cdot 10^{-18}}{9{,}11\cdot 10^{-31}}} = 1875370{,}4\ \frac{m}{s}$$

Hipótesis de De Broglie: $\lambda = \frac{h}{m\cdot v} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 1875370{,}4} = 3{,}88\cdot 10^{-10}\ m$

15.- Un haz de protones se acelera hasta una energía de 8 MeV. Calcula:
a. Velocidad de las partículas
b. Longitud de onda asociada a los protones.
Datos: h = $6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s ; c = $3\cdot10^{8}$ m/s ; m_p= $1{,}673\cdot10^{-27}$ kg ; q_e = $1{,}602\cdot10^{-19}$ C.

$$Ec = 8\ eV = 8\ eV\cdot\frac{1{,}602\cdot 10^{-19} C}{1 e} = 1{,}2816\cdot 10^{-12}\ J$$

$$a)\ Ec = \frac{1}{2} m\cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\cdot Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}2816\cdot 10^{-12}}{1{,}673\cdot 10^{-27}}} = 39142023{,}8\frac{m}{s}$$

$$b)\ \lambda = \frac{h}{m\cdot v} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{1{,}673\cdot 10^{-27}\cdot 39142023{,}8} = 1{,}0186\cdot 10^{-14}\ m$$

16.- a) ¿Qué longitud de onda asociada corresponde a un protón que se mueve con una velocidad de $2\cdot10^7$ m/s? ¿Y a una bala de fusil que se mueve con una velocidad de 200 m s^{-1}? Datos: h=6,63·10^{-34} J·s ; m_p = 1,673·10^{-27} kg; m_{bala} = 30 g.

b) Determina el cociente entre las longitudes de onda asociadas a un neutrón y a un electrón de la misma energía cinética.

$$a)\,\lambda_{protón} = \frac{h}{m_p \cdot v_p} = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{1,673\cdot10^{-27}\cdot 2\cdot10^{7}} = 1,98\cdot10^{-14}\ m\,;\quad \lambda_{bala} = \frac{h}{m_b\cdot v_b} = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{30\cdot10^{-3}\cdot200} = 1,105\cdot10^{-34}\ m$$

$$b)\,(Ec)_{neutrón} = \frac{1}{2}m_n\cdot v_n^{\,2};\quad (Ec)_{electrón} = \frac{1}{2}m_e\cdot v_e^{\,2};$$

$$Si\ \ (Ec)_{neutrón} = (Ec)_{electrón} \Rightarrow \frac{1}{2}m_n\cdot v_n^{\,2} = \frac{1}{2}m_e\cdot v_e^{\,2} \Rightarrow m_n\cdot v_n^{\,2} = m_e\cdot v_e^{\,2} \Rightarrow \frac{v_e}{v_n} = \sqrt{\frac{m_n}{m_e}}$$

$$\lambda_n = \frac{h}{m_n\cdot v_n}\quad y\quad \lambda_e = \frac{h}{m_e\cdot v_e}$$

$$\frac{\lambda_n}{\lambda_e} = \frac{m_e\cdot v_e}{m_n\cdot v_n} = \left\{\frac{v_e}{v_n} = \sqrt{\frac{m_n}{m_e}}\right\} = \frac{m_e}{m_n}\cdot\sqrt{\frac{m_n}{m_e}} = \frac{m_e\cdot m_n^{1/2}}{m_n\cdot m_e^{1/2}} = m_e^{1/2}\cdot m_n^{-1/2} = \sqrt{\frac{m_e}{m_n}}$$

17.-Se ha medido la velocidad de un electrón obteniéndose un valor de 4,00·10^4 m s^{-1} con una inexactitud de 0,002%. Calcular la incertidumbre de localizar este electrón.
Datos: h=6,63·10^{-34} J·s ; m_e= 9,11·10^{-31} kg

Principio de incertidumbre de Heisenberg: $\Delta x\cdot\Delta p \geq \frac{h}{2\cdot\pi}$

$$\Delta v = \frac{0,002}{100}\cdot4\cdot10^{4} = 0,8\ \frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m\cdot\Delta v = 9,11\cdot10^{-31}\cdot0,8 = 7,288\cdot10^{-31}\ kg\cdot\frac{m}{s}$$

$$\Delta x\cdot\Delta p \geq \frac{h}{2\cdot\pi} \Rightarrow \Delta x \geq \frac{h}{2\cdot\pi\cdot\Delta p} = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{2\cdot\pi\cdot7,288\cdot10^{-31}} = 1,448\cdot10^{-4}\ m$$

18.- Un objeto muy pequeño cuyo diámetro es 10^{-6} m tiene una masa de 10^{-6} kg y se mueve con una velocidad de 10 m s^{-1}. Hemos determinado esa velocidad con un error (incertidumbre) de 10^{-3} m s^{-1}. ¿Cuál será la incertidumbre (error) en la determinación de la posición? ¿Cómo sería esa incertidumbre comparada con el tamaño de la partícula? Consideremos que hemos calculado la masa sin error.
Datos: h = 6,63·10^{-34} J·s

Principio de incertidumbre de Heisenberg: $\Delta x\cdot\Delta p \geq \frac{h}{2\cdot\pi}$

$$\Delta p = m\cdot\Delta v = 10^{-6}\cdot10^{-3} = 10^{-9}\ kg\cdot\frac{m}{s}$$

$$\Delta x \geq \frac{h}{2\cdot\pi\cdot\Delta p} = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{2\cdot\pi\cdot10^{-9}} = 1,06\cdot10^{-25}\ m$$

$$\frac{\Delta x}{D}\cdot100 = \frac{1,06\cdot10^{-25}}{10^{-6}}\cdot100 = 1,06\cdot10^{-17}\ \%$$