

FISICA

TEMA 3: ONDAS

- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

a) Explique las diferencias entre ondas armónicas y ondas estacionarias. Escriba un ejemplo de cada tipo de ondas.

b) Una onda transversal, que se propaga en sentido negativo del eje OX, tiene una amplitud de 2 m, una longitud de onda de 12 m y la velocidad de propagación es de  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Escriba la ecuación de dicha onda sabiendo que la perturbación,  $y(x,t)$ , toma el valor máximo en el punto  $x = 0 \text{ m}$ , en el instante  $t = 0 \text{ s}$ .

**FISICA. 2019. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) Las ondas estacionarias son un tipo concreto de ondas armónicas, que proviene de la interferencia de dos ondas armónicas.

La onda estacionaria no se propaga por un medio y la onda viajera si lo hace. En la onda viajera la energía se propaga por el medio, pero en la onda estacionaria no se propaga energía. Esto se debe a que hay puntos del medio (nodos) que no vibran (mínimos) e impiden que se propague la energía.

En la onda viajera todos los puntos del medio alcanzan la máxima elongación, no ocurre así en la onda estacionaria. Sólo los vientres (máximos) alcanzan la máxima elongación.

Las ecuaciones matemáticas son diferentes:

- Onda viajera:  $y(x, t) = A \text{ sen } (\omega t - k x)$

- Onda estacionaria:  $y(x, t) = 2A \text{ sen } \omega t \cdot \cos k x$

b)  $y(x, t) = A \text{ sen } (\omega t + k x + \delta)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ m}^{-1}$$

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{\omega}{3} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

$$y(x, t) = 2 \text{ sen } \left( \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{6} x + \delta \right)$$

$$y \left( \begin{matrix} x=0 \\ t=0 \end{matrix} \right) = 2 \Rightarrow 2 = 2 \text{ sen } (0 + 0 + \delta) \Rightarrow \text{sen } \delta = 1 \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{2}$$

Luego:  $y(x, t) = 2 \text{ sen } \left( \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{6} x + \frac{\pi}{2} \right)$  (SI)

a) Una onda transversal se propaga por una cuerda tensa con una velocidad  $v$ , una amplitud  $A_0$  y oscila con una frecuencia  $f_0$ . Si se aumenta al doble la longitud de onda, manteniendo constante la velocidad de propagación, conteste razonadamente en qué proporción cambiarían la velocidad máxima y la aceleración máxima de oscilación de las partículas del medio.

b) Si la ecuación de la onda que se propaga por la cuerda es:

$$y(x,t) = 0'02 \text{sen}(100\pi t - 40\pi x) \quad (\text{SI})$$

Calcule la longitud de onda, el periodo y la velocidad de propagación. Determine las ecuaciones de la velocidad de vibración y de la aceleración de vibración.

**FISICA. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

$$a) \left. \begin{array}{l} \lambda^* = 2\lambda \\ v^* = v \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda^* \cdot f^* = \lambda \cdot f_0 \Rightarrow 2\lambda \cdot f^* = \lambda \cdot f_0 \Rightarrow f^* = \frac{f_0}{2}$$

La ecuación de onda:  $y(x,t) = A_0 \text{sen}(\omega t - kx) = A_0 \text{sen}(2\pi f_0 t - kx)$

$$v = \frac{dy}{dt} = A_0 \cdot 2\pi f_0 \cos(2\pi f_0 t - kx) \Rightarrow v_{\max} = A_0 \cdot 2\pi f_0$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A_0 \cdot (2\pi f_0)^2 \text{sen}(2\pi f_0 t - kx) \Rightarrow a_{\max} = A_0 \cdot (2\pi f_0)^2$$

$v_{\max}^* = A_0 \cdot 2\pi f^* = A_0 \cdot 2\pi \frac{f_0}{2} = \frac{v_{\max}}{2}$  La nueva velocidad máxima de vibración es la mitad de la anterior.

$a_{\max}^* = A_0 \cdot (2\pi f^*)^2 = A_0 \cdot \left(2\pi \frac{f_0}{2}\right)^2 = \frac{A_0 \cdot (2\pi f_0)^2}{4} = \frac{a_{\max}}{4}$  La nueva aceleración máxima es la cuarta parte de la anterior.

b) Identificando coeficientes de la ecuación de onda:  $y(x,t) = 0'02 \text{sen}(100\pi t - 40\pi x)$ , tenemos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{100\pi} = 0'02 \text{ segundos}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 40\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{40\pi} = 0'05 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0'05}{0'02} = 2'5 \text{ m/s}$$

Velocidad de vibración:  $v = \frac{dy}{dt} = 0'02 \cdot 100\pi \cos(100\pi t - 40\pi x) = 2\pi \cos(100\pi t - 40\pi x) \text{ m/s}$

Aceleración de vibración:  $a = \frac{dv}{dt} = -2\pi \cdot 100\pi \text{sen}(100\pi t - 40\pi x) = -200\pi^2 \text{sen}(100\pi t - 40\pi x) \text{ m/s}^2$

a) Razone la veracidad o falsedad de las siguientes frases utilizando, si procede, algún ejemplo:  
 i) El espectro electromagnético está formado sólo por las ondas electromagnéticas que podemos percibir con nuestra vista. ii) Si al iluminar un objeto con luz blanca, lo vemos de color rojo, es debido a que el objeto absorbe las tonalidades rojas de la luz.

b) Un rayo de luz monocromático de frecuencia  $6 \cdot 10^{14}$  Hz incide con un ángulo de  $35^\circ$  sobre la superficie de separación de dos medios con diferente índice de refracción. Sabiendo que la luz viaja por el primer medio a una velocidad de  $2'4 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup> y que la longitud de onda en el segundo medio es de  $5 \cdot 10^{-7}$  m: i) Calcule el ángulo de refracción. ii) Determine el ángulo límite de incidencia a partir del cual se produciría la reflexión total.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

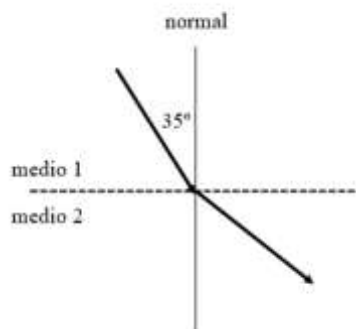
FISICA. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

### RESOLUCION

a) (i) Es falsa. Ya que hay ondas electromagnéticas que no podemos percibir con nuestra vista, por ejemplo: rayos infrarrojos, gamma, rayos X, etc

(ii) Es falsa. Vemos el cuerpo de color rojo porque el cuerpo absorbe todos los demás colores de la luz blanca y refleja la luz roja, por eso lo vemos.

b)



(i)  $f_1 = f_2 = f$  no cambia

$$\text{Medio 1: } v_1 = \lambda_1 \cdot f$$

$$\text{Medio 2: } v_2 = \lambda_2 \cdot f = 5 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{Ley de Snell: } \frac{\hat{\sin} i}{\hat{\sin} r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\hat{\sin} 35^\circ}{\hat{\sin} r} = \frac{2'4 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \hat{r} = 45'8^\circ$$

$$(ii) \frac{\hat{\sin} \alpha}{\hat{\sin} 90^\circ} = \frac{2'4 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \alpha = 53'13^\circ$$

Luego, para ángulos mayores que  $\alpha = 53'13^\circ$ , se produce reflexión total

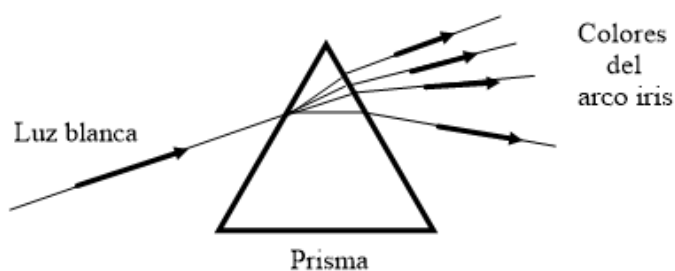
- a) Explique, con la ayuda de un esquema, en qué consiste el fenómeno de la dispersión de la luz blanca a través de un prisma de vidrio. ¿Ocurriría dicho fenómeno si la luz blanca incide perpendicularmente sobre una lámina de vidrio de caras plano paralelas? Razone su respuesta.
- b) Sobre una lámina de vidrio de caras plano paralelas de 0,03 m de espesor y situada en el aire incide un rayo de luz monocromática con un ángulo de incidencia de  $35^\circ$ . La velocidad de propagación del rayo en la lámina de vidrio es de  $2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . (i) Determine el índice de refracción de la lámina de vidrio. (ii) Realice un esquema con la trayectoria del rayo y determine el ángulo de emergencia. (iii) Determine el tiempo que tarda el rayo en atravesar la lámina.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

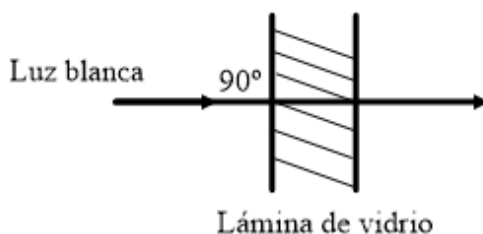
### RESOLUCION

a)



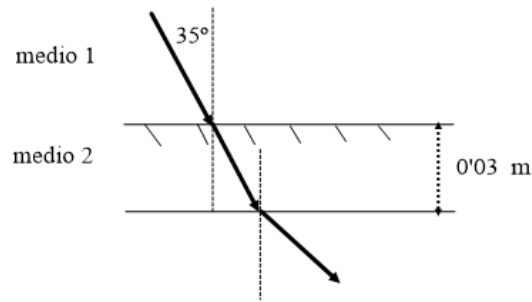
La luz blanca es la suma de varias luces (las del arco iris) es una luz policromática, es decir, contiene todas las luces del arco iris desde el rojo hasta el violeta.

Como las luces del arco iris tienen distinta velocidad, dentro del prisma óptico, se separan al refractarse en las superficies del prisma. Este fenómeno se llama dispersión de la luz blanca.



En este caso, no se produce dispersión ya que la luz pasa al otro medio sin desviarse. Se necesita un ángulo de incidencia distinto de cero para que se produzca dispersión y que las caras del prisma no sean paralelas.

b)



(ii) 1ª Refracción: Ley de Snell:  $\frac{\sin 35^\circ}{\sin \hat{t}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8} \Rightarrow \sin \hat{t} = \frac{2}{3} \sin 35^\circ \Rightarrow \hat{t} = 22'48^\circ$

2ª Refracción: Ley de Snell:  $\frac{\sin 22'48^\circ}{\sin \hat{p}} = \frac{2 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \sin \hat{p} = \frac{3}{2} \sin 22'48^\circ \Rightarrow \hat{p} = 35^\circ$

Vemos que el ángulo de emergencia es igual al ángulo de incidencia.

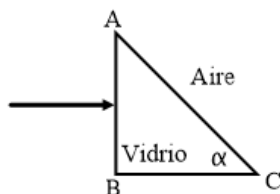
(iii)

$$\cos 22'48^\circ = \frac{0'03}{e} \Rightarrow e = 0'032$$

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{0'032}{2 \cdot 10^8} = 1'62 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

a) Explique con la ayuda de un dibujo en qué consiste la reflexión total y las condiciones en que se produce.

b) Perpendicularmente a la cara AB de un prisma de vidrio con índice de refracción 1,5 incide desde el aire un rayo de luz de longitud de onda  $6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ , como se ilustra en la figura. Calcule: (i) La longitud de onda y frecuencia del rayo dentro del prisma. (ii) El valor más grande que puede tener el ángulo  $\alpha$  para que no se refracte el rayo hacia fuera del prisma por la cara AC.

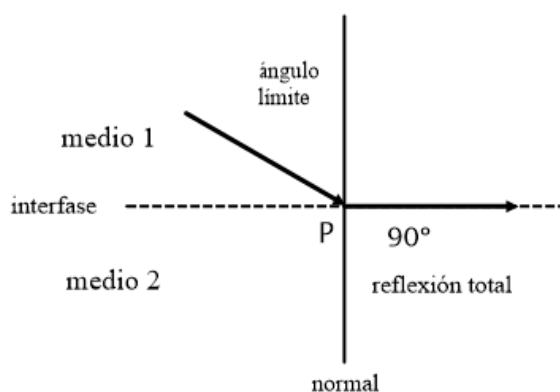


$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

## RESOLUCIÓN

a)



La reflexión total consiste en que la onda al llegar a la interfase se refleja totalmente. Esto ocurre cuando el ángulo de incidencia supera al ángulo límite, entonces el rayo incidente se refleja totalmente.

Para que exista ángulo límite, mediante la Ley de Snell:  $\frac{\sin \hat{i}}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \sin \hat{i} = \frac{v_1}{v_2} < 1 \Rightarrow v_1 < v_2$

Para que exista reflexión total, la onda debe pasar a un medio con mayor velocidad.

Si utilizamos los índices de refracción:  $\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} < 1 \Rightarrow n_2 < n_1$ . Debe pasar a un medio con

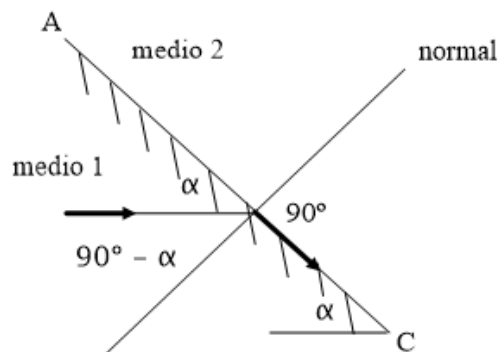
menor índice de refracción.

b) (i) En el aire:  $c = \lambda \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^{-7} \cdot f_1 \Rightarrow f_1 = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

La frecuencia es la misma en los dos medios  $\Rightarrow f_1 = f_2 = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

En el prisma:  $v_2 = \lambda_2 \cdot f \Rightarrow \frac{c}{n_2} = \lambda_2 \cdot f \Rightarrow \lambda_2 = \frac{c}{n_2 \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.5 \cdot 5 \cdot 10^{14}} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

(ii)



$90^\circ - \alpha$  debe ser el ángulo límite para la reflexión total. Luego, por la Ley de Snell:

$$\frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1.5} \Rightarrow 90^\circ - \alpha = 41'81'' \Rightarrow \alpha = 48'19''$$

Para valores mayores de  $90^\circ - \alpha$  no se refracta y para valores menores de  $\alpha = 48'19''$  no se refracta. Luego,  $\alpha_{\text{maximo}} = 48'19''$



a) Explique la doble periodicidad de una onda. Indique las magnitudes que la describe y realice esquemas.

b) Una onda viene dada por la ecuación:  $y(x,t) = 0'4 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos(2\pi t)$  (SI)

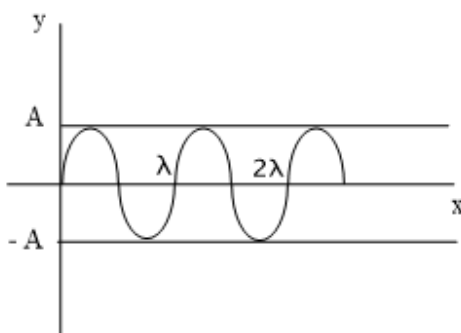
Indique de qué tipo de onda se trata y calcule su longitud de onda, frecuencia, y la velocidad y aceleración de oscilación de un punto situado en  $x = 2$  m para  $t = 0'25$  s.

**FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

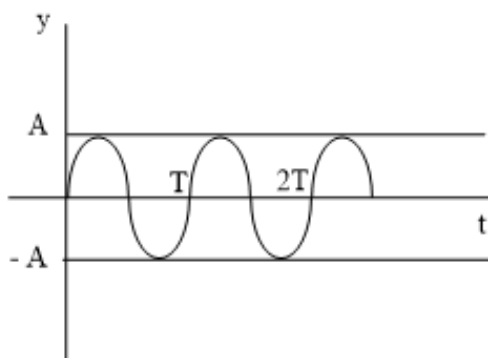
a) Toda onda tiene periodicidad en el espacio y en el tiempo, se dice que es doblemente periódica. La periodicidad espacial se puede ver cuando fijamos el tiempo y se observa la repetición en el espacio de las elongaciones. Por ejemplo: para una onda  $y(x,t) = A \sin(\omega t - kx)$

Para  $t = t_0 \Rightarrow y(x,t_0) = A \sin(\omega t_0 - kx)$  es una función senoidal que es periódica.



La periodicidad temporal se observa cuando fijamos el espacio ( $x = x_0$ , se estudia un punto del medio) y se observa la repetición en el tiempo de las elongaciones. Por ejemplo: para una onda  $y(x,t) = A \sin(\omega t - kx)$

Para  $x = x_0 \Rightarrow y(x_0,t) = A \sin(\omega t - kx_0)$  es una función senoidal que es periódica.



b)  $y(x, t) = 0'4 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos(2\pi t)$  (SI) Debido a su expresión matemática, se trata de una onda estacionaria.

Identificando coeficientes, tenemos:

$$\omega = 2\pi = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

$$k = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m}$$

Velocidad de oscilación:  $v = \frac{dy}{dt} = -0'4 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cdot 2\pi \sin(2\pi t)$

$$v\left(\begin{matrix} x = 2 \\ t = 0'25 \end{matrix}\right) = -0'4 \cdot 2\pi \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right) \cdot \sin(2\pi \cdot 0'25) = -0'8\pi(-1) \cdot \sin 8\pi = 0 \text{ m/s}$$

Aceleración de oscilación:  $a = \frac{dv}{dt} = -0'4 \cdot 2\pi \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cdot 2\pi \cos(2\pi t)$

$$a\left(\begin{matrix} x = 2 \\ t = 0'25 \end{matrix}\right) = -0'4 \cdot 4\pi^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right) \cdot \cos(2\pi \cdot 0'25) = -1'6\pi^2 \cos \pi \cdot \cos 8\pi = 15'79 \text{ m/s}^2$$

a) Escriba la ecuación general de una onda estacionaria. Explique el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación y relaciónelas con los parámetros de las ondas que la han originado. ¿Cómo se denominan y cuál es el significado físico en los puntos de máxima y mínima amplitud?.

b) La ecuación de una onda armónica que se propaga en una cuerda es:

$$y(x, t) = 0'04 \operatorname{sen} \left( 8t - 5x + \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{S.I.})$$

Calcule la amplitud, frecuencia, longitud de onda, velocidad de propagación y velocidad máxima de un punto de dicha cuerda.

**FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a) La ecuación general de una onda estacionaria, puede ser de la forma:

$$y(x, t) = 2A \operatorname{sen} \omega t \cdot \cos kx$$

$$y(x, t) = 2A \operatorname{sen} \omega t \cdot \operatorname{sen} kx$$

$$y(x, t) = 2A \cos \omega t \cdot \cos kx$$

$$y(x, t) = 2A \cos \omega t \cdot \operatorname{sen} kx$$

Es un producto de senos y cosenos, donde:

- $A$  = es la amplitud de la onda incidente y de la onda reflejada que dan lugar a la onda estacionaria.
- $\omega$  = es la frecuencia angular
- $k$  = es el número de onda. Coinciden con los valores de las ondas incidente y reflejada.
- $x$  = es la variable espacio (distancia al foco)
- $t$  = es la variable tiempo
- $y$  = es la elongación.

Los puntos de máxima amplitud se denominan vientres y son los puntos donde la elongación es máxima.

Los puntos de mínima amplitud se denominan nodos. En ellos la elongación vale 0 y esos puntos nunca vibran.

b)  $y(x, t) = 0'04 \operatorname{sen} \left( 8t - 5x + \frac{\pi}{2} \right)$

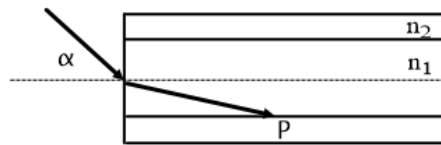
Identificando coeficientes, tenemos que:

- $A = 0'04$  es la amplitud
- $\omega = 8 = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{8}{2\pi} = \frac{4}{\pi}$  rad/s es la frecuencia
- $k = 5 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5}$  m es la longitud de onda.
- $v_{\text{de vibración}} = \frac{dy}{dt} = 0'04 \cdot 8 \cdot \cos \left( 8t - 5x + \frac{\pi}{2} \right)$
- Cuando  $\cos = 1 \Rightarrow v_{\text{máxima}} = 0'04 \cdot 8 = 0'32$  m/s

a) El índice de refracción de un vidrio es mayor que el del aire. Razone cómo cambian las siguientes magnitudes al pasar un haz de luz del aire al vidrio: frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Un rayo de luz de longitud de onda en el vacío de  $6'5 \cdot 10^{-7}$  m incide desde el aire sobre el extremo de una fibra óptica, formando un ángulo  $\alpha$  con el eje de la fibra (ver figura), siendo el índice de refracción de la fibra  $n_1 = 1'5$ . La fibra está recubierta de un material de índice de refracción  $n_2 = 1'4$ . Determine: (i) La longitud de onda de la luz dentro de la fibra. (ii) El valor máximo del ángulo  $\alpha$  para que se produzca reflexión total interna en el punto P.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$



**FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### RESOLUCION

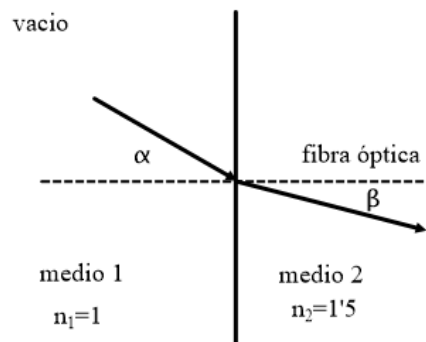
$$a) n_{\text{vidrio}} > n_{\text{aire}} \Rightarrow \frac{c}{v_{\text{vidrio}}} > \frac{c}{v_{\text{aire}}} \Rightarrow v_{\text{aire}} > v_{\text{vidrio}}$$

La frecuencia de la luz no cambia al pasar del vidrio al aire, ya que no depende del medio.

La luz al pasar del aire al vidrio disminuye su velocidad:  $v_{\text{aire}} > v_{\text{vidrio}}$

La longitud de onda también disminuye, ya que:  $v_{\text{aire}} > v_{\text{vidrio}} \Rightarrow \lambda_{\text{aire}} \cdot f > \lambda_{\text{vidrio}} \cdot f \Rightarrow \lambda_{\text{aire}} > \lambda_{\text{vidrio}}$

b)(i)



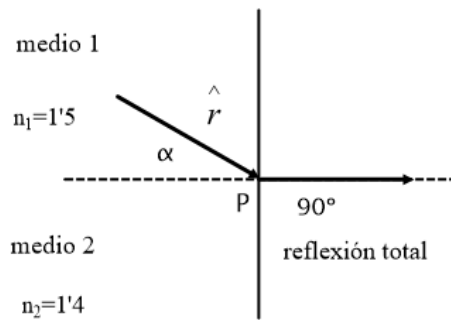
El vacío tiene el mismo índice de refracción que el aire.

$$\text{En el vacío: } c = \lambda \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 6'5 \cdot 10^{-7} \cdot f \Rightarrow f = \frac{3 \cdot 10^8}{6'5 \cdot 10^{-7}} = 4'615 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

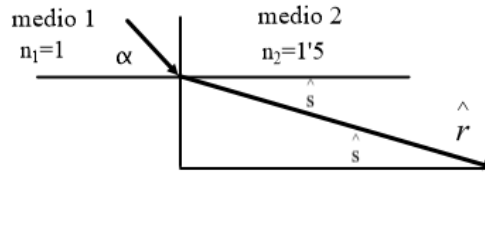
En la fibra óptica:

$$n_2 = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'5} ; v = \lambda \cdot f \Rightarrow \frac{3 \cdot 10^8}{1'5} = \lambda \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6'5 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow \lambda_{\text{fibra}} = \frac{3 \cdot 10^8}{6'5 \cdot 10^{-7}} = 4'33 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

(ii)



$$\text{Ley de Snell: } \frac{\sin \hat{r}}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{r}}{1} = \frac{1'4}{1'5} \Rightarrow \hat{r} = 68'96^\circ \Rightarrow \hat{s} = 21'04^\circ$$



$$\text{Ley de Snell: } \frac{\sin \hat{\alpha}}{\sin \hat{s}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{\alpha}}{\sin 21'04^\circ} = \frac{1'5}{1} \Rightarrow \hat{\alpha} = 32'58^\circ \text{ valor máximo}$$

FISICA

TEMA 3: ONDAS

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

a) ¿Qué significa que dos puntos de la dirección de propagación de una onda armónica estén en fase o en oposición de fase? ¿Qué distancia les separaría en cada caso?

b) Una onda armónica de amplitud 0,3 m se propaga hacia la derecha por una cuerda con una velocidad de  $2 \text{ ms}^{-1}$  y un periodo de 0,125 s. Determine la ecuación de la onda correspondiente sabiendo que el punto  $x=0$  m de la cuerda se encuentra a la máxima altura para el instante inicial, justificando las respuestas.

**FISICA. 2018. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

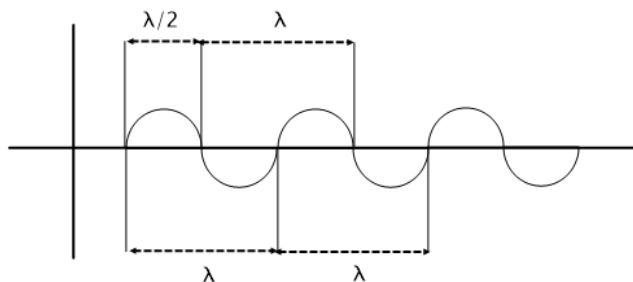
### RESOLUCION

a) Dos puntos están en fase cuando tienen, a la vez, la misma posición, velocidad y aceleración. Es decir, oscilan de la misma forma.

Dos puntos están en oposición de fase cuando tienen valores opuestos de posición, velocidad y aceleración.

La distancia entre dos puntos en fase es un número entero de longitudes de onda.

La distancia entre dos puntos en oposición de fase es un número impar de medias longitudes de onda.



b) La ecuación de la onda viajera es  $y(x,t) = A \text{sen}(\omega t - kx + \varphi)$ , es una onda transversal ya que viaja en el eje X y los puntos del medio vibran en el eje Y.

Al tener velocidad hacia la derecha, el signo delante del término  $kx$  es negativo.

Para el instante inicial y el foco: Sabemos que :

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ t = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = A = 0'3 \Rightarrow 0'3 = 0'3 \cdot \text{sen}(0 - 0 + \varphi) \Rightarrow \text{sen}\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0'125} = 16\pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\lambda = v \cdot T = 2 \cdot 0'125 = 0'25 \text{ m} ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0'25} = 8\pi \text{ rad m}$$

Luego, sustituyendo, tenemos que:

$$y = A \text{sen}(\omega t - kx + \varphi) = 0'3 \text{sen}\left(16\pi t - 8\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

a) Indique, razonando sus respuestas, qué características deben tener dos ondas que se propagan por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos para que su superposición origine una onda estacionaria.

b) En una cuerda tensa con sus extremos fijos se ha generado una onda cuya ecuación es:

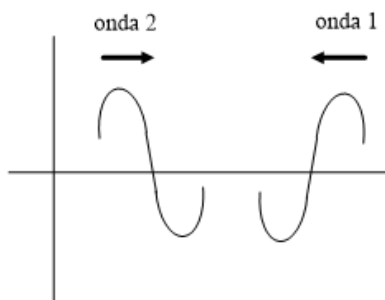
$$y(x,t) = 2\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}x\right)\cos(8\pi t) \quad (\text{SI})$$

Determine la amplitud y la velocidad de propagación de dicha onda, así como el periodo y la frecuencia de las oscilaciones.

**FISICA. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a)



Las dos ondas son idénticas, salvo que se propagan en sentido contrario

Deben tener la misma amplitud(A), la misma frecuencia (f) y la misma longitud de onda ( $\lambda$ ) con un desfase de  $180^\circ = \pi$  rad

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A \text{sen}(\omega t + kx) = A(\text{sen}\omega t \cos kx + \text{sen} kx \cos \omega t) \\ y_2 &= -A \text{sen}(\omega t - kx) = -A(\text{sen}\omega t \cos kx - \text{sen} kx \cos \omega t) \end{aligned} \right\}$$

Desfase de  $\pi$  rad

$$y_{\text{estacionaria}} = y_1 + y_2 = 2A \text{sen} kx \cos \omega t$$

b) La amplitud de la onda estacionaria depende de cada punto y vale:  $2A \text{sen} kx$ , siendo x la coordenada del punto.

La onda estacionaria no viaja, su velocidad de propagación es cero.

Identificando coeficientes:

$$\omega = 8\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 4 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} \text{ s}$$



a) Discuta razonadamente la veracidad de la siguiente afirmación: “Cuando una onda incide en la superficie de separación de dos medios, las ondas reflejada y refractada tienen igual frecuencia e igual longitud de onda que la onda incidente”.

b) Una onda electromagnética que se desplaza por un medio viene descrita por la siguiente ecuación:  $y(x,t) = 0'5 \text{sen}(3 \cdot 10^{10} t - 175 x)$  (SI)

Calcule el periodo, la longitud de onda y el índice de refracción del medio por el que se propaga, justificando sus respuestas.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**FISICA. 2018. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) Las ondas reflejada y refractada tienen la misma frecuencia. Pero la velocidad de propagación es diferente. Como sabemos que:  $v = \lambda \cdot f$ , entonces si  $v$  cambia, entonces  $\lambda$  también cambia. Luego, la afirmación no es verdadera.

b) De la ecuación:  $y(x,t) = 0'5 \text{sen}(3 \cdot 10^{10} t - 175 x)$  (SI)

Identificando coeficientes, tenemos que:

$$\omega = 3 \cdot 10^{10} = 2\pi \cdot f \Rightarrow \begin{cases} f = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2\pi} = 4'77 \cdot 10^9 \text{ Hz} \\ T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4'77 \cdot 10^9} = 2'09 \cdot 10^{-10} \text{ s} \end{cases}$$

$$k = 175 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{175} = 0'0359 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f = \frac{2\pi}{175} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{2\pi} = 1'71 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'71 \cdot 10^8} = 1'75$$

a) Un rayo de luz pasa de un medio a otro, observándose que en el segundo medio el rayo se desvía acercándose a la superficie de separación de ambos medios. Razone: (i) En qué medio el rayo se propaga con mayor velocidad; (ii) en qué medio tiene menor longitud de onda.

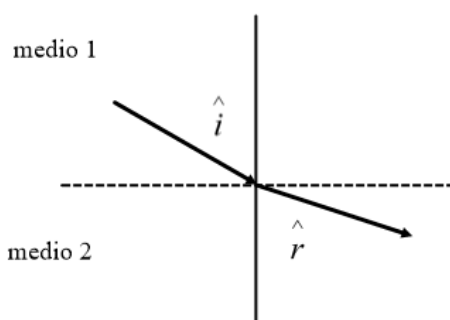
b) Un rayo de luz de longitud de onda de  $5'46 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  se propaga por el aire e incide sobre el extremo de una fibra de cuarzo cuyo índice de refracción es 1,5. Determine, justificando las respuestas: (i) La longitud de onda del rayo en la fibra de cuarzo; (ii) el ángulo de incidencia a partir del cual el rayo no sale al exterior.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

FISICA. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

### RESOLUCION

a)



(i) Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{Como } \hat{r} > \hat{i} \Rightarrow \text{sen } \hat{r} > \text{sen } \hat{i} \Rightarrow \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} < 1 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} < 1 \Rightarrow v_1 < v_2$$

Luego, en el medio 2 se propaga con más velocidad.

(ii)

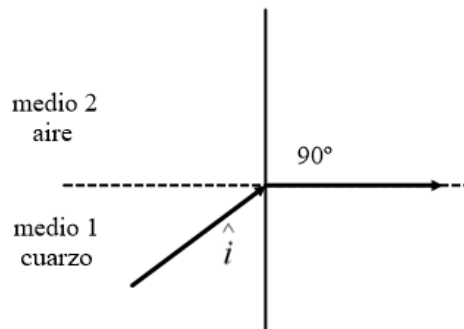
$$\left. \begin{array}{l} \text{medio 1} \Rightarrow v_1 = \lambda_1 \cdot f \\ \text{medio 2} \Rightarrow v_2 = \lambda_2 \cdot f \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} < 1 \Rightarrow \lambda_1 < \lambda_2$$

Luego, tiene mayor longitud de onda en el medio 2.

b) (i)

$$\left. \begin{array}{l} \text{aire} \Rightarrow c = \lambda_{\text{aire}} \cdot f \\ \text{cuarzo} \Rightarrow v_{\text{cuarzo}} = \lambda_{\text{cuarzo}} \cdot f \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{c}{v_{\text{cuarzo}}} = \frac{\lambda_{\text{aire}}}{\lambda_{\text{cuarzo}}} \Rightarrow \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{3 \cdot 10^8}{1.5}} = \frac{5.46 \cdot 10^{-7}}{\lambda_{\text{cuarzo}}} \Rightarrow \lambda_{\text{cuarzo}} = 3.64 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

(ii)



Para ángulos mayores o igual a  $\hat{i}$ , el rayo no sale del cuarzo.

$$\text{Ley de Snell: } \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\text{sen } \hat{i}}{1} = \frac{2 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \hat{i} = 41'81^\circ$$

a) Explique, ayudándose de esquemas en cada caso, la doble periodicidad espacial y temporal de las ondas, definiendo las magnitudes que las describen e indicando, si existe, la relación entre ellas.

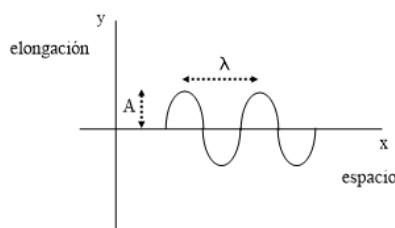
b) Determine la ecuación de una onda armónica que se propaga en sentido positivo del eje X con velocidad de  $600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , frecuencia 200 Hz y amplitud 0,03 m, sabiendo que en el instante inicial la elongación del punto  $x = 0 \text{ m}$  es  $y = 0 \text{ m}$ . Calcule la velocidad de vibración de dicho punto en el instante  $t = 0 \text{ s}$ .

**FISICA. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) Toda onda posee doble periodicidad espacial y temporal.

La periodicidad espacial se pone de manifiesto cuando se congela el tiempo, tomando un valor concreto de la variable  $t = t_0$  se observa la elongación de todos los puntos del medio



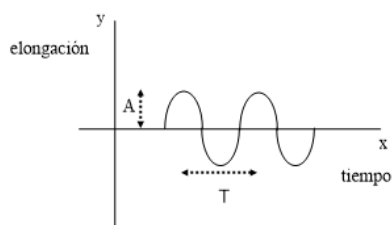
$y(x, t) = A \text{sen}(\omega t_0 - k x)$  es una función senoidal

$A =$  Amplitud

$k =$  número de onda  $= \frac{2\pi}{\lambda}$

$\omega =$  frecuencia angular  $= \frac{2\pi}{T}$

La periodicidad temporal se pone de manifiesto cuando se congela el espacio, es decir, se toma un punto concreto del medio, la variable  $x = x_0$  y se observa el movimiento a lo largo del tiempo.



$y(x, t) = A \text{sen}(\omega t - k x_0)$

- Amplitud ( $A$ ) = es la máxima elongación

- Periodo ( $T$ ) = es el tiempo en dar una oscilación completa, o también el tiempo que tarda en avanzar  $\lambda$  metros.

- Longitud de onda ( $\lambda$ ) = es la distancia mínima entre dos puntos que vibran en fase

- Frecuencia ( $f$ ) = es el número de ciclos por segundo  $f = \frac{1}{T}$

- Número de onda ( $k$ ) = es el número de ciclos por metro  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

b)  $y(x, t) = A \text{sen}(\omega t - kx + \delta)$

$$y \begin{pmatrix} x=0 \\ t=0 \end{pmatrix} = 0 = A \text{sen}(0 - 0 + \delta) \Rightarrow \text{sen } \delta = 0 \Rightarrow \delta = 0^\circ, \pi, \dots$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = 400\pi \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{400\pi}{600} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/m}$$

Luego:  $y(x, t) = 0'03 \text{sen}(400\pi t - \frac{2\pi}{3}x)$  (SI)

$$v_{\text{vibración}} = \frac{dy}{dt} = 0'03 \cdot 400\pi \cos(400\pi t - \frac{2\pi}{3}x)$$

$$v_{\text{vibración}} \begin{pmatrix} t=0 \\ x=0 \end{pmatrix} = 0'03 \cdot 400\pi \cos 0^\circ = 12\pi = 37'70 \text{ m/s}$$

a) Explique, ayudándose con un esquema, el concepto de ángulo límite. Indique las condiciones para que pueda producirse.

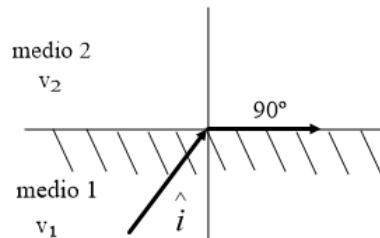
b) Un rayo de luz que se propaga por el aire incide con un ángulo de  $20^\circ$  respecto de la vertical sobre un líquido A, cuyo índice de refracción es 1,2, propagándose seguidamente a otro líquido B de índice de refracción 1,5. Represente el esquema de rayos correspondiente, determine la velocidad de la luz en cada medio y calcule el ángulo que forma dicho rayo con la vertical en el líquido B.

$$n_{\text{aire}} = 1 ; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

FISICA. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

### RESOLUCION

a)

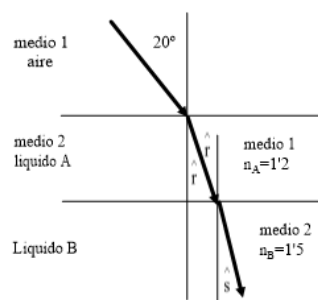


El ángulo límite  $\hat{i}$  es el ángulo de incidencia que corresponde a un ángulo de refracción de  $90^\circ$ , es decir, el rayo refractado se queda en la interfase. Mediante la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \sin \hat{i} = \frac{v_1}{v_2} < 1 \text{ ya que la función seno está acotada}$$

Luego,  $v_1 < v_2$ , por lo tanto, se produce ángulo límite cuando la velocidad de la onda aumenta al cambiar de medio.

b)



Se aplica la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_A}{1} \Rightarrow \frac{\sin 20^\circ}{\sin \hat{r}} = 1'2 \Rightarrow \sin \hat{r} = \frac{\sin 20^\circ}{1'2} \Rightarrow \hat{r} = 16'56^\circ$$

Volvemos a aplicar la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \hat{r}}{\sin \hat{s}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_B}{n_A} \Rightarrow \frac{\sin 16'56^\circ}{\sin \hat{s}} = \frac{1'5}{1'2} \Rightarrow \sin \hat{s} = \frac{1'2 \cdot \sin 16'56^\circ}{1'5} \Rightarrow \hat{s} = 13'18^\circ \text{ en el liquido B}$$

Velocidad de la luz en el medio A:  $v_A = \frac{c}{n_A} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'2} = 2'5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

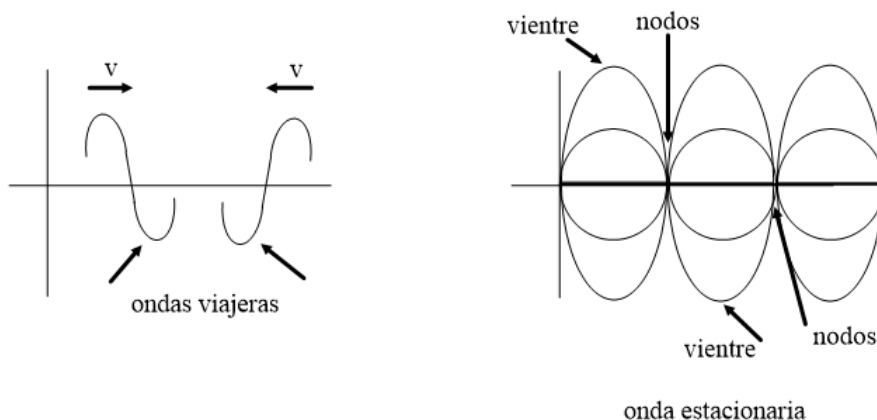
Velocidad de la luz en el medio B:  $v_B = \frac{c}{n_B} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

a) Defina, ayudándose de los esquemas precisos, los conceptos de onda estacionaria, vientre y nodo. b) Una cuerda vibra según la ecuación:  $y(x,t) = 5 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cos(40\pi t)$  (SI). Calcule razonadamente: (i) La velocidad de vibración en un punto que dista 1,5 m del origen en el instante  $t = 1'25$  s ; (ii) la distancia entre dos nodos consecutivo

**FISICA. 2018. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### RESOLUCION

a)



La onda estacionaria es la superposición de dos ondas viajeras idénticas que se propagan por el mismo medio en sentidos opuestos.

La onda estacionaria no viaja, está confinada en el medio, debido a los nodos (puntos inmóviles) que impiden que la energía se propague.

Los vientres son los puntos del medio que son máximos, es decir, tienen la máxima elongación al vibrar.

b) De la ecuación:  $y(x,t) = 5 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cos(40\pi t)$

$$\text{Vibración: } v = \frac{dy}{dt} = 5 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot (-40\pi) \cdot \operatorname{sen}(40\pi t)$$

$$v(x = 1'5) = -5 \cdot 40\pi \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}1'5\right) \cdot \operatorname{sen}(40\pi t) = -200\pi \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}(40\pi t)$$

$$v\left(\begin{matrix} x = 1'5 \\ t = 1'25 \end{matrix}\right) = -200\pi \cdot 1 \cdot \operatorname{sen}(40\pi \cdot 1'25) = -200\pi \cdot \operatorname{sen}(50\pi) = -200\pi \cdot 0 = 0 \text{ m/s}$$

$$k = \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 6 \text{ m}$$

Distancia entre dos nodos consecutivos:  $\frac{\lambda}{2} = 3 \text{ m}$



a) ¿Es lo mismo velocidad de vibración que velocidad de propagación de una onda? Justifique su respuesta en base a sus expresiones matemáticas correspondientes.

b) Dada la onda de ecuación:  $y(x, t) = 4\text{sen}(10\pi t - 0'1\pi x)$  (SI)

Determine razonadamente: (i) La velocidad y el sentido de propagación de la onda; (ii) el instante en el que un punto que dista 5 cm del origen alcanza su velocidad de máxima vibración  
**FISICA. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) No es lo mismo. La velocidad de vibración se refiere a la velocidad de oscilación de un punto del medio, mientras que la velocidad de propagación se refiere a la velocidad de avance de la energía a través de un medio.

Para una onda transversal  $y(x, t) = A\text{sen}(\omega t - kx)$ , la velocidad de propagación,  $v$ , es constante y

$$\text{vale } v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

La velocidad de vibración es  $v = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx)$ , es una velocidad variable que depende del tiempo.

b)  $y(x, t) = 4\text{sen}(10\pi t - 0'1\pi x)$  (SI)

(i) La onda se propaga en el sentido positivo del eje X porque hay un signo negativo delante del término "x"

Identificando coeficientes, tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 10\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 5 \text{ Hz} \\ k = 0'1\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow v = 20 \cdot 5 = 100 \text{ m/s velocidad de propagación}$$

(ii)  $v_{\text{max}}$  de vibración:  $v = \frac{dy}{dt} = 4 \cdot 10\pi \cos(10\pi t - 0'1\pi x)$

$$v(x = 0'05) = 40\pi \cdot \cos(10\pi t - 0'005\pi)$$

La velocidad es máxima cuando:  $\cos(10\pi t - 0'005\pi) = 1 \Rightarrow 10\pi t - 0'005\pi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0'0505 \text{ s}$

FISICA

TEMA 3: ONDAS

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

a) Explique la naturaleza de las ondas electromagnéticas e indique las distintas zonas en las que se divide el espectro electromagnético, indicando al menos una aplicación de cada una de ellas.

b) Una antena de radar emite en el vacío radiación electromagnética de longitud de onda 0,03 m, que penetra en agua con un ángulo de incidencia de  $20^\circ$  respecto a la normal. Su velocidad en el agua se reduce al 80 % del valor en el vacío. Calcule el periodo, la longitud de onda y el ángulo de refracción en el agua.

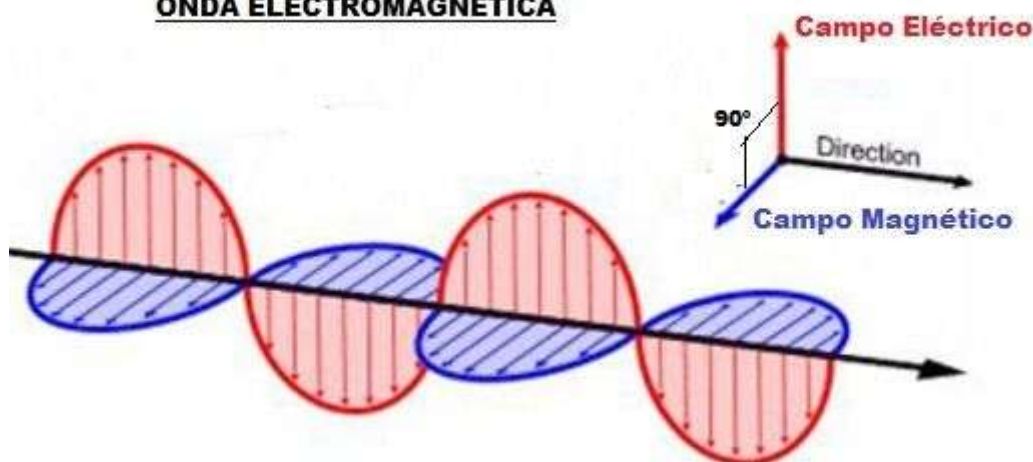
$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**FISICA. 2017. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

### RESOLUCION

a) Una onda electromagnética es la propagación en el espacio de un campo eléctrico  $\vec{E}$  variable y de un campo magnético variable  $\vec{B}$ . En síntesis, un campo eléctrico variable produce un campo magnético variable, el cual produce a su vez un campo eléctrico variable y así sucesivamente.

#### ONDA ELECTROMAGNÉTICA



Una onda electromagnética es una onda armónica transversal, en la que el campo eléctrico  $\vec{E}$  y el campo magnético  $\vec{B}$  son perpendiculares entre sí. Además están en fase. Se propaga en el vacío con la velocidad de la luz ( $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ). En cualquier otro medio se propaga muy rápidamente

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} \text{ en donde } \epsilon = \text{constante dieléctrica y } \mu = \text{permeabilidad magnética}$$

**Zonas del espectro electromagnético:**

*Ondas de radio:* se pueden usar en radio, TV

*Microondas:* usadas en TV o aplicaciones como el horno microondas.

*Infrarrojos:* se aplican en fotografía, fisioterapia, etc

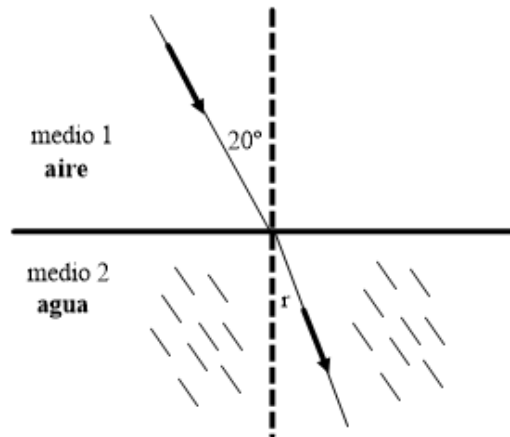
*Luz visible:* gafas, lupas, microscopios, etc

*Ultravioleta:* rayos uva

*Rayos X:* en medicina (radiografías)

*Rayos gamma:* en medicina (tratamiento del cáncer), para esterilizar alimentos.

b) Hacemos un dibujo



Aplicamos la ley de Snell:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 20^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{c}{0'8c} = \frac{1}{0'8} \Rightarrow \sin \hat{r} = 0'2736 \Rightarrow \hat{r} = 15'88^\circ$$

El periodo en el aire es igual al periodo en el agua, luego:

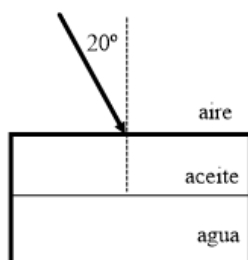
$$c = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{0'03}{3 \cdot 10^8} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

Calculamos la longitud de onda en el agua:

$$v_2 = \frac{\lambda_2}{T} \Rightarrow \lambda_2 = v_2 \cdot T = 0'8 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1 \cdot 10^{-10} = 0'024 \text{ m}$$

a) Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explique la diferencia entre ambos fenómenos.

b) Sea un recipiente con agua cuya superficie está cubierta por una capa de aceite. Realice un diagrama que indique la trayectoria de los rayos de luz al pasar del aire al aceite y después al agua. Si un rayo de luz incide desde el aire sobre la capa de aceite con un ángulo de  $20^\circ$ , determine el ángulo de refracción en el agua. ¿Con qué velocidad se desplazará la luz por el aceite?



$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1; n_{\text{aceite}} = 1'45; n_{\text{agua}} = 1'33$$

**FISICA. 2017. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) Cuando la luz incide sobre la superficie de separación de dos medios distintos transparentes, una parte de ella se refleja y vuelve por el mismo medio en el que se propaga, siguiendo las leyes de la reflexión, y otra parte pasa al segundo medio, en donde se refracta, siguiendo las leyes de la refracción, y se absorbe parcialmente.

Leyes de la reflexión:

1. El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en un mismo plano.
2. El ángulo de incidencia,  $\hat{i}$ , y el ángulo de reflexión,  $\hat{r}$ , son iguales,  $\hat{i} = \hat{r}$

Leyes de la refracción:

1. El rayo incidente, la normal y el rayo refractado están en un mismo plano.
2. Ley de Snell: el índice de refracción del medio donde inicialmente se propaga el rayo,  $n_1$ , por el seno del ángulo de incidencia,  $\hat{i}$ , es igual al índice de refracción del medio donde se refracta el rayo,  $n_2$ , por el seno del ángulo de refracción,  $\hat{r}$

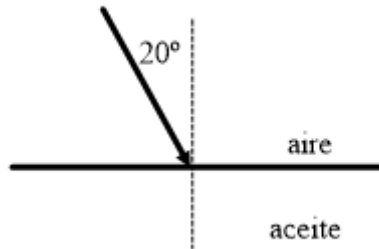
$$n_1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen } \hat{r} \Rightarrow \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Diferencias entre reflexión y refracción:

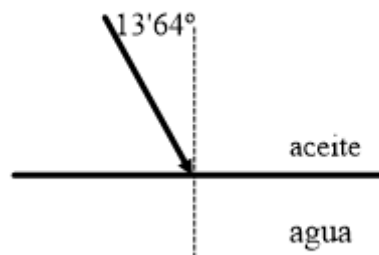
1. En la reflexión la luz no cambia de medio ni de velocidad, mientras que en la refracción, sí.

2. En la reflexión el ángulo de incidencia es igual al de reflexión, mientras que en la refracción los ángulos de incidencia y de refracción son distintos.

b) Hay dos refracciones



$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 20^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{1.45}{1} \Rightarrow \sin \hat{r} = 0.2358 \Rightarrow \hat{r} = 13.64^\circ$$

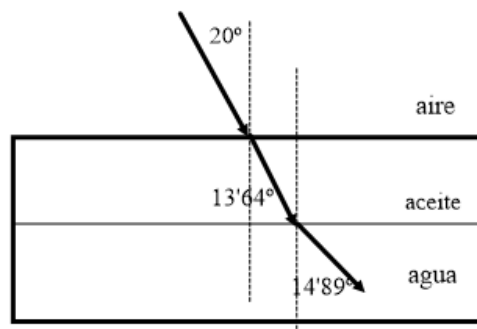


$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 13.64^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{1.33}{1.45} \Rightarrow \sin \hat{r} = 0.2570 \Rightarrow \hat{r} = 14.89^\circ$$

Calculamos la velocidad en el aceite:

$$n_{\text{aceite}} = \frac{c}{v_{\text{aceite}}} \Rightarrow v_{\text{aceite}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.45} = 2.07 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Diagrama:



a) Explique la doble periodicidad de las ondas armónicas e indique las magnitudes que las describen.

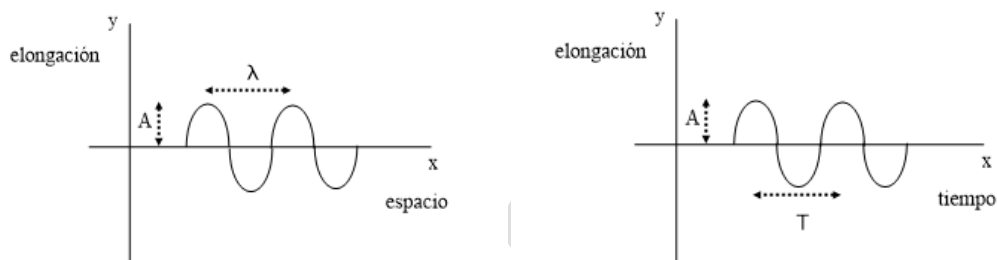
b) En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga en el sentido negativo del eje X y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula. Calcule la velocidad de un punto de la cuerda situado a 1 m del foco en el instante  $t = 3 \text{ s}$ .

**FISICA. 2017. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a) Una característica intrínseca a las ondas es la doble periodicidad espacio-tiempo. La periodicidad espacial se puede observar cuando se elige un tiempo concreto y se ve que la perturbación se va repitiendo a lo largo del espacio.

La periodicidad temporal se puede observar cuando se elige un punto concreto del medio y se estudia como oscila. Se mueve con movimiento armónico simple.



La ecuación de una onda incluye las dos variables, espacio y tiempo.

$$y(x, t) = A \text{ sen } (\omega t - k x)$$

- Para  $t = t_0 \Rightarrow y(x, t_0) = A \text{ sen } (\omega t_0 - k x)$  ecuación senoidal a lo largo del espacio, con repetición cada  $\lambda$  metros.

- Para  $x = x_0 \Rightarrow y(x_0, t) = A \text{ sen } (\omega t - k x_0)$  ecuación senoidal a lo largo del tiempo, con repetición cada T segundos.

Las magnitudes que intervienen son:

A = Amplitud (m): es la máxima elongación

T = Periodo : es el tiempo en dar una oscilación completa ó el tiempo que tarda en avanzar  $\lambda$  metros

$\lambda$  = longitud de onda : es la distancia mínima entre dos puntos que vibran en fase

f = frecuencia : es el número de ciclos por segundo  $f = \frac{1}{T}$

k = número de onda : es el número de ciclos por metro  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

b)  $y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \delta)$

$$y \begin{pmatrix} x=0 \\ t=0 \end{pmatrix} = 0 = A \sin(0 - 0 + \delta) \Rightarrow \sin \delta = 0 \Rightarrow \delta = 0, \pi, \dots \text{elegimos } \delta = 0$$

$$\omega = 2\pi f = 400\pi \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{400\pi}{600} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/m}$$

Luego:  $y(x, t) = 0'03 \sin\left(400\pi t - \frac{2\pi}{3}x\right)$

$$v_{\text{vibración}} = \frac{dy}{dt} = 0'03 \cdot 400\pi \cos\left(400\pi t - \frac{2\pi}{3}x\right)$$

$$v_{\text{vibración}} \begin{pmatrix} t=0 \\ x=0 \end{pmatrix} = 0'03 \cdot 400\pi \cos 0^\circ = 12\pi = 37'70 \text{ m/s}$$



a) Escriba la ecuación de una onda armónica que se propaga en el sentido negativo del eje X. ¿Qué se entiende por periodo y por longitud de onda? ¿Qué relación hay entre esas dos magnitudes?

b) Una onda armónica se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X con una velocidad de  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . La frecuencia del foco emisor es  $2 \text{ s}^{-1}$  y la amplitud de la onda es  $0'4 \text{ m}$ . Escriba la ecuación de la onda considerando que en el instante inicial la elongación en el origen es cero. Calcule la velocidad de una partícula de la cuerda situada en  $x = 2 \text{ m}$ , en el instante  $t = 1 \text{ s}$ .

**FISICA. 2017. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a) La ecuación de onda es:  $y(x,t) = A \text{sen}(\omega t + kx)$ . El signo positivo indica que se propaga en sentido negativo del eje X.

- Periodo (T) es el tiempo que transcurre entre dos pulsos sucesivos.
- Longitud de onda ( $\lambda$ ) es la distancia que existe entre dos pulsos sucesivos o bien la distancia mínima entre dos puntos que oscilan de la misma forma.
- La relación que existe es que en un periodo la onda avanza una longitud de onda

$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ siendo } v \text{ la velocidad de avance de la onda}$$

b)  $y(x,t) = A \text{sen}(\omega t - kx + \delta)$

$$y \begin{pmatrix} x=0 \\ t=0 \end{pmatrix} = 0 = A \text{sen}(0 - 0 + \delta) \Rightarrow 0 = \text{sen } \delta \Rightarrow \delta = 0^\circ$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = 4\pi \text{ rad/s} \quad ; \quad v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow 10 = \frac{4\pi}{k} \Rightarrow k = \frac{2}{5}\pi \text{ rad/m}$$

$$\text{Luego: } y(x,t) = 0'4 \text{sen} \left( 4\pi t - \frac{2}{5}\pi x \right) \text{ (SI)}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 0'4 \cdot 4\pi \cos \left( 4\pi t - \frac{2}{5}\pi x \right)$$

$$v \begin{pmatrix} x=2 \\ t=1 \end{pmatrix} = 0'4 \cdot 4\pi \cos \left( 4\pi - \frac{2}{5}\pi \cdot 2 \right) = -4'07 \text{ m/s}$$

a) Considere la siguiente ecuación de las ondas que se propagan en una cuerda:

$$y(x,t) = A \operatorname{sen}(Bt \pm Cx)$$

¿Qué representan los coeficientes A, B y C? ¿Cuáles son sus unidades en el Sistema Internacional? ¿Que indica el signo “±” que aparece dentro del paréntesis?

b) Obtenga la ecuación de una onda transversal de periodo 0,2 s que se propaga por una cuerda, en el sentido positivo del eje X, con una velocidad de  $40 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . La velocidad máxima de los puntos de la cuerda es  $0'5\pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  y, en el instante inicial, la elongación en el origen ( $x=0$ ) es máxima. ¿Cuánto vale la velocidad de un punto situado a 10 cm del origen cuando han transcurrido 15 s desde que se generó la onda?

**FISICA. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a)

A = Amplitud (m)

B = frecuencia angular ( $\omega$ ) (rad/s)

C = el número de onda (k) (rad/m)

El signo – indica que la onda viaja en el sentido positivo del eje X

El signo + indica que la onda viaja en el sentido negativo del eje X

b)  $y(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t - kx + \delta)$

$$y\left(\begin{matrix} x=0 \\ t=0 \end{matrix}\right) = A = A \operatorname{sen}(0 - 0 + \delta) \Rightarrow \operatorname{sen} \delta = 1 \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0'25} = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{8\pi}{0'4} = 20\pi \text{ rad/m}$$

Luego:  $y(x,t) = A \operatorname{sen}(8\pi t - 20\pi x)$

$$v_{\text{vibración}} = \frac{dy}{dt} = A \cdot 8\pi \cos(8\pi t - 20\pi x)$$

$$v_{\text{max}} \text{ cuando } \cos \text{ eno} = 1 \Rightarrow 0'5\pi = A \cdot 8\pi \Rightarrow A = \frac{0'5}{8} = 0'0625$$

Luego, la ecuación de onda es:  $y(x,t) = 0'0625 \operatorname{sen}(8\pi t - 20\pi x)$  (SI)

$$v\left(\begin{matrix} x=0'1 \\ t=15 \end{matrix}\right) = 0'0625 \cdot 8\pi \cos(8\pi \cdot 15 - 20\pi \cdot 0'1) = 0'5\pi \cos(118\pi) = 0'5\pi \cos 0^\circ = 0'5\pi \text{ m/s}$$

- a) Escriba la ecuación de una onda armónica transversal que se propaga a lo largo del sentido positivo del eje X e indique el significado de las magnitudes que aparecen en ella.
- b) En el centro de la superficie de una piscina circular de 10 m de radio se genera una onda armónica transversal de 4 cm de amplitud y una frecuencia de 5 Hz que tarda 5 s en llegar al borde de la piscina. Escriba la ecuación de la onda y calcule la elongación de un punto situado a 6 m del foco emisor al cabo de 12 s.
- FISICA. 2017. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a)  $y(x, t) = A \text{sen}(\omega t - kx + \delta)$

y = Elongación (m)

A = Amplitud (m)

$\omega$  = frecuencia angular (rad/s)

t = tiempo (s)

El signo - indica que la onda viaja en el sentido positivo del eje X

k = número de onda (rad/m)

x = variable x (m)

$\delta$  = fase inicial (rad)

- b) Al no dar datos para el cálculo, elegimos que  $\delta = 0$

$y(x, t) = A \text{sen}(\omega t - kx + \delta)$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{10\pi}{\frac{e}{t}} = \frac{10\pi}{\frac{10}{5}} = 5\pi$$

Luego:  $y(x, t) = 0'04 \text{sen}(10\pi t - 5\pi x)$

$$y\left(\begin{matrix} x = 6 \\ t = 12 \end{matrix}\right) = 0'04 \text{sen}(10\pi \cdot 12 - 5\pi \cdot 6) = 0'04 \text{sen}(90\pi) = 0'04 \text{sen}0^\circ = 0$$

a) ¿Qué se entiende por refracción de la luz? Explique qué es el ángulo límite y qué condiciones deben cumplirse para que pueda observarse.

b) El ángulo límite vidrio-agua es de  $60^\circ$ . Un rayo de luz, que se propaga por el vidrio, incide sobre la superficie de separación con un ángulo de  $45^\circ$  y se refracta dentro del agua. Determine el índice de refracción del vidrio. Calcule el ángulo de refracción en el agua.

$$n_{\text{agua}} = 1'33$$

**FISICA. 2017. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) La refracción de la luz es cuando la luz atraviesa la superficie de separación de dos medios y se propaga por el segundo medio.

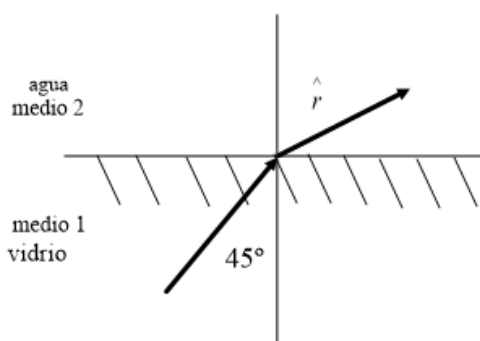
Ángulo límite es el ángulo de incidencia tal que el rayo refractado sale con un ángulo de  $90^\circ$ , es decir, la luz se queda en la interfase (superficie de separación de los dos medios). Para que esto

ocurra, el ángulo de refracción  $\hat{r}$  debe ser mayor que el ángulo de incidencia  $\hat{i}$  y usando la Ley de

$$\text{Snell: } \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \sin \hat{i} = \frac{v_1}{v_2} < 1 \Rightarrow v_1 < v_2 \text{ ó } n_2 < n_1$$

Existirá ángulo límite cuando aumente la velocidad de la luz al pasar al segundo medio, o bien, el índice de refracción del segundo medio sea más pequeño que el índice de refracción del primero.

b)



$$\text{El ángulo límite vidrio-agua} = 60^\circ \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{n_{\text{agua}}}{n_{\text{vidrio}}} \Rightarrow n_{\text{vidrio}} = \frac{1'33}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1'536$$

$$\text{Ley de Snell: } \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{1'33}{1'536} \Rightarrow \hat{r} = 54'75^\circ$$

a) ¿Por qué un objeto situado en el fondo de una piscina llena de agua se observa desde el aire aparentemente a menor profundidad de la que en realidad se encuentra? Justifique la respuesta con la ayuda de un esquema.

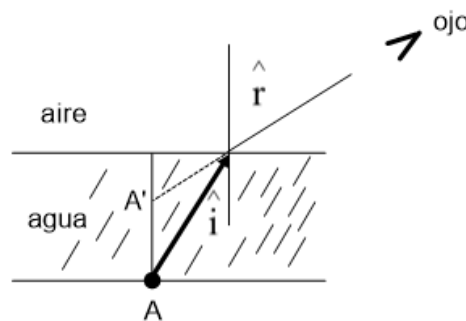
b) Sobre una de las caras de una lámina de vidrio de caras paralelas y espesor 8 cm, colocada horizontalmente en el aire, incide un rayo de luz con un ángulo de  $30^\circ$  respecto de la normal. Calcule el tiempo que tarda la luz en atravesar la lámina y el desplazamiento horizontal, con respecto a la normal en el punto de incidencia, que experimenta el rayo al emerger por la otra cara de la lámina de vidrio.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1; n_{\text{vidrio}} = 1,5$$

FISICA. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

## RESOLUCION

a)

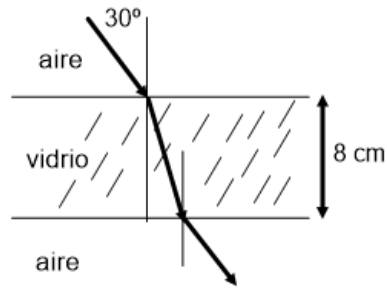


El objeto A está en el fondo de la piscina. Los rayos de luz que parten de ese objeto, al llegar a la interfase agua-aire, se desvían de la línea normal con ángulos mayores que los ángulos de incidencia según la Ley de Snell

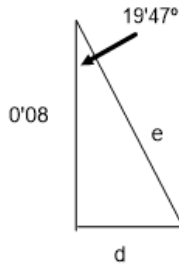
$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{agua}}}; n_{\text{aire}} < n_{\text{agua}} \Rightarrow \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} < 1 \Rightarrow \hat{i} < \hat{r}$$

La imagen A' del objeto aparece más cerca de la interfase, con lo cual la profundidad aparente es menor que la profundidad real.

b)



Ley de Snell:  $\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{1'5}{1} \Rightarrow \hat{r} = 19'47^\circ$



$$\cos 19'47^\circ = \frac{0'08}{e} \Rightarrow e = 0'08485 \text{ m}$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1'5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v_{\text{vidrio}}} \Rightarrow v_{\text{vidrio}} = 2 \cdot 10^8$$

El tiempo que tarda en atravesar el vidrio es:

$$v_{\text{vidrio}} = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v_{\text{vidrio}}} = \frac{0'08485}{2 \cdot 10^8} = 4'24 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

El desplazamiento horizontal es:

$$\text{sen } 19'47^\circ = \frac{d}{e} \Rightarrow d = 0'08485 \cdot \text{sen } 19'47^\circ = 0'02828 \text{ m}$$

a) ¿Qué es una onda electromagnética? Si una onda electromagnética que se propaga por el aire penetra en un bloque de metacrilato, justifique qué características de la onda cambian al pasar de un medio al otro.

b) El campo eléctrico de una onda electromagnética que se propaga en un medio es:

$$E(x,t) = 800 \text{sen}(\pi \cdot 10^8 t - 1'25 x) \quad (\text{SI})$$

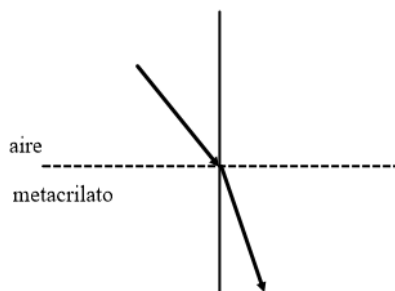
Calcule su frecuencia y su longitud de onda y determine el índice de refracción del medio.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**FISICA. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) Una onda electromagnética es una onda transversal con un campo eléctrico y un campo magnético en fase y perpendiculares entre si, de forma que el campo eléctrico y el campo magnético son variables y se propagan por el espacio.



- La frecuencia de la onda no cambia.
- Cambia el ángulo de refracción según la Ley de Snell. Como pasa a un medio más denso, el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia.
- Cambia la velocidad de propagación, en el metacrilato la velocidad es menor que en el aire.
- $v = \lambda \cdot f \Rightarrow f$  es constante,  $v$  disminuye  $\Rightarrow \lambda$  disminuye  $\Rightarrow \lambda_{\text{metacrilato}} < \lambda_{\text{aire}}$
- $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow k$  también cambia; aumenta
- No cambia la energía, ya que la onda pasa completamente de un medio al otro.

b)

$$\left. \begin{aligned} E(x,t) &= 800 \text{sen}(10^8 \pi t - 1'25 x) \\ E(x,t) &= A \text{sen}(\omega t - k x) \end{aligned} \right\}$$

Identificando coeficientes, tenemos que:

$$\left. \begin{aligned} \omega = 10^8 \pi = 2\pi f \Rightarrow f &= \frac{1}{2} 10^8 = 5 \cdot 10^7 \text{ Hz} \\ k = 1'25 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda &= \frac{2\pi}{1'25} = 5'03 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \lambda \cdot f = 5'03 \cdot 5 \cdot 10^7 = 2'51 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{Índice de refracción del metacrilato } n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{2'51 \cdot 10^8} = 1'195$$