

# TEMA 2

## INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

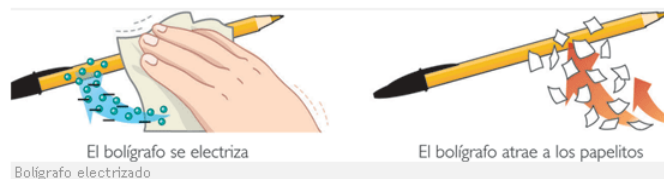
1	CAMPO ELÉCTRICO.....	2
2	CAMPO MAGNÉTICO.....	29
3	INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.....	41

## 1. CAMPO ELÉCTRICO

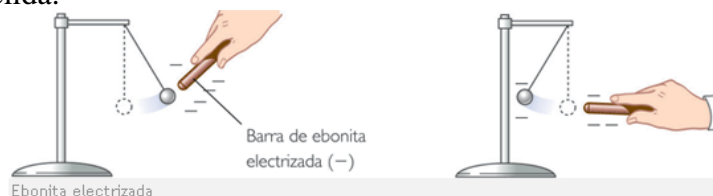
### 1.1 FENÓMENOS DE ELECTRIZACIÓN. CARGA ELÉCTRICA

En los fenómenos de electrización se pone de manifiesto la existencia de las cargas eléctricas de signos opuestos en la materia y la condición de neutralidad eléctrica por compensación de cargas de signos contrarios. Algunos fenómenos de electrización son bien conocidos:

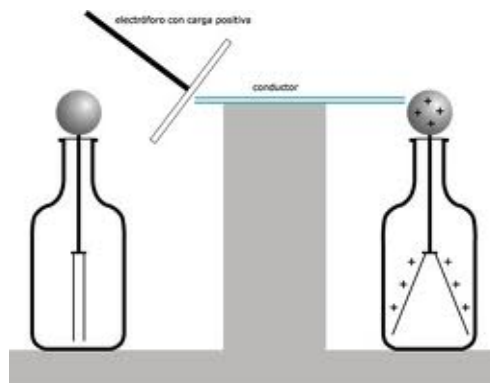
- Al frotar un bolígrafo sobre lana y acercarlo después a trocitos de papel, éstos son atraídos y se adhieren a él, cayendo al poco tiempo.



- Si una barra de ebonita frotada en lana es acercada a una bolita de corcho que cuelga de un hilo, ésta es atraída e inmediatamente después de tocar la barra de ebonita, la bola es repelida.



- Un electroscopio separa sus láminas metálicas cuando se acerca un electrodo con carga positiva.



La interpretación de estos fenómenos requiere la introducción de un modelo que explica las propiedades eléctricas de la materia. Dicho modelo lo consideramos de acuerdo a las siguientes premisas:

- La magnitud responsable de los fenómenos eléctricos en la materia es la carga eléctrica.
- Hay dos tipos de carga eléctrica con signos contrarios (positiva y negativa).
- Los cuerpos materiales cargados con cargas del mismo signo se repelen. Los cuerpos materiales cargados con cargas de signos contrarios se atraen.
- Los cuerpos materiales neutros poseen cargas de los dos signos contrarios en igual cantidad de modo que ambas cargas se neutralizan entre sí.

- En los fenómenos eléctricos puede producirse movilización de carga eléctrica con desplazamiento o traspaso de carga de unos cuerpos a otros. En estos procesos la cantidad de carga global no cambia (ni aumenta ni disminuye la carga).

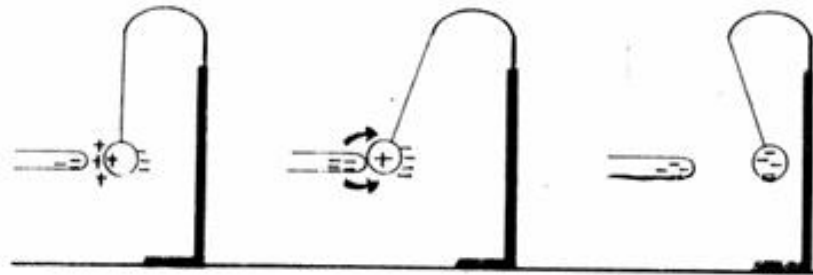
Los fenómenos de electrización descritos anteriormente pueden ser explicados de acuerdo con el modelo propuesto.

Analicemos el caso de la bolita de corcho:

Al frotar la barra de ebonita con lana, la barra se electriza con carga negativa porque hay un traspaso de carga (electrones) desde la lana hacia la barra. Se habrá producido una electrización por FROTAMIENTO.

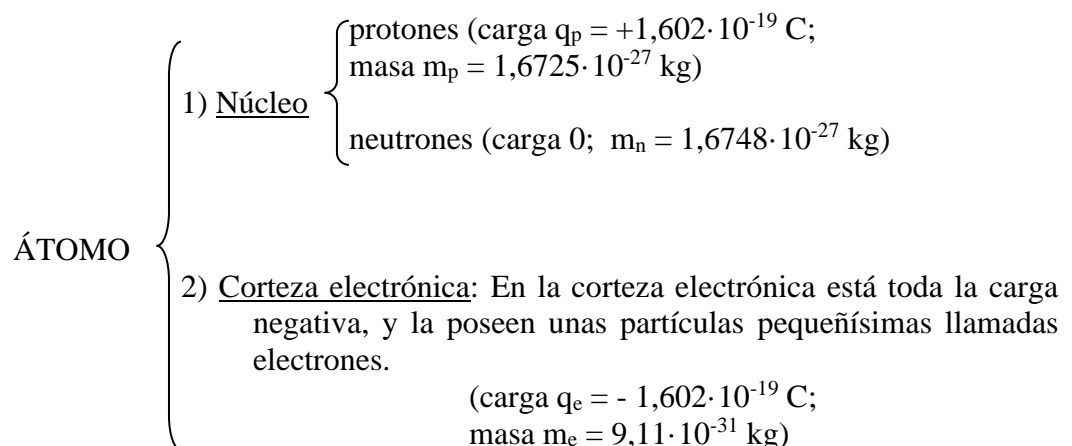
Al acercar la barra cargada a la bolita, las cargas de ésta se orientan, situándose las positivas más cerca de la barra y las negativas más lejos. Se habrá producido una electrización por INDUCCIÓN.

Las cargas negativas de la barra neutralizan a las positivas de la bolita al tocarla; la bolita queda con más cargas negativas que positivas (cargada negativamente). Se habrá producido una electrización por CONTACTO. Como cargas de igual signo se repelen, la bolita se alejará de la barra.



Los otros dos fenómenos considerados (el bolígrafo con el papel y el electroscopio) pueden ser interpretados de una forma similar.

Desde la antigüedad se conocían los dos tipos de carga o electricidad: carga positiva o negativa. La moderna Teoría Atómica de la materia permite localizar la electricidad en los átomos. El modelo atómico de Rutherford distribuye las cargas dentro del átomo de la siguiente forma:



Las cargas de un protón (positiva) y de un electrón (negativa) son del mismo valor. Los átomos son sistemas eléctricamente neutros porque tienen el mismo número de protones y de electrones.

De las premisas básicas del modelo de carga eléctrica en la materia y de la teoría atómica podemos deducir:

- (1) Cuando un cuerpo está cargado positivamente, quiere decir que tiene un defecto de electrones. Su carga corresponde a la de los protones en exceso.
- (2) Cuando un cuerpo está cargado negativamente, quiere decir que tiene un exceso de electrones. Su carga corresponde a la de los electrones en exceso.

Por lo tanto son los electrones, en defecto o exceso, los que confieren carga a un cuerpo.

La carga eléctrica es una magnitud escalar cuya unidad en el S.I. es el Culombio. La unidad natural de carga es el electrón, que es la carga más pequeña que existe libre en la naturaleza. El resto de cargas son múltiplos de la carga del electrón.

$$q_e = e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$1 \text{ C} = 6,25 \cdot 10^{18} e^-$$

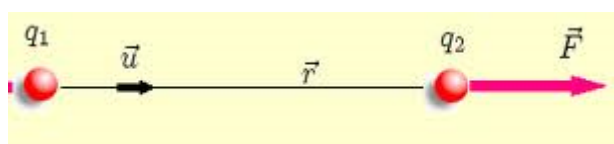
El Culombio es una unidad muy grande. Sus principales submúltiplos son:

(miliculombio)	1 mC = $10^{-3}$ C
(microcolombio)	1 $\mu$ C = $10^{-6}$ C
(nanocolombio)	1 nC = $10^{-9}$ C
(picocolombio)	1 pC = $10^{-12}$ C

## 1.2 FUERZAS ENTRE CARGAS EN REPOSO. ENERGÍA POTENCIAL ELECTROSTÁTICA.

### 1. 2.1.- Ley de Coulomb

Ley de Coulomb: “La fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”.



$$\vec{F} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

k = cte de proporcionalidad (cte de Coulomb)

La constante k depende del medio donde se encuentren las cargas, lo que significa que NO es una constante Universal.

$$\text{Para el vacío: } k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

Los módulos de F son siempre positivos, pero el tratamiento vectorial de las fuerzas requiere que en los problemas de cargas, se ponen éstas siempre con sus signos.

- El producto de dos cargas del mismo signo da lugar a una fuerza positiva. Por tanto las fuerzas **repulsivas** (entre cargas con el mismo signo) son **positivas**.
- El producto de dos cargas de signos contrarios da lugar a una fuerza negativa. Por tanto las fuerzas **atractivas** (entre cargas con signos contrarios) son **negativas**, al igual que lo era la fuerza gravitatoria, siempre atractiva.

Expresión de la ley de Coulomb:

$$\vec{F} = K \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r$$

vacío / aire

$$\vec{F}_0 = k_0 \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$  constante dieléctrica o permitividad del vacío

vacío:  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ (S.I.)}$

otro medio:  $k \neq k_0 \text{ (} k \leq k_0 \text{)}$

$$\vec{F} = k \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\epsilon_a = \epsilon_0\epsilon_r$$

$\epsilon_r = \text{cte. dieléctrica / permitividad relativa (No tiene unidades)}$

$\epsilon_a = \text{cte. dieléctrica absoluta / permitividad absoluta del medio}$

La fuerza de Coulomb es máxima en el vacío, y en los demás medios disminuye.

$$F = \frac{F_0}{\epsilon_r}$$

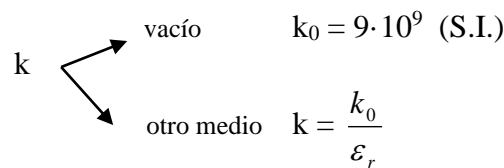
Sustancias	$\epsilon_r$
vacío	1
aire	1,00059
vidrio	7
alcohol	28
glicerina	50
agua	80-83

**1.2.2.- Características de la interacción electrostática entre dos cargas puntuales.**

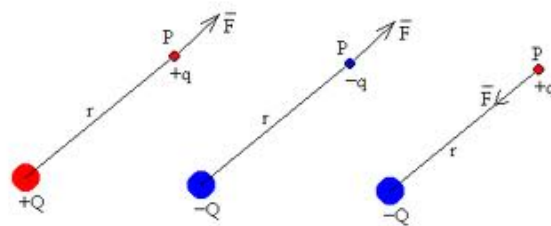
(1) La fuerza electrostática es una fuerza conservativa y central

- $W_A^B = \int_A^B \vec{F}_c \cdot d\vec{r}$  ( $W_A^B = - W_B^A$ )
- Central significa que la fuerza va dirigida a un centro o polo de fuerzas.

(2) La interacción electrostática depende del medio donde se encuentren las cargas. Esto nos lo da la constante de Coulomb.



(3) La interacción electrostática tiene carácter atractivo o repulsivo, dependiendo del signo de las cargas.

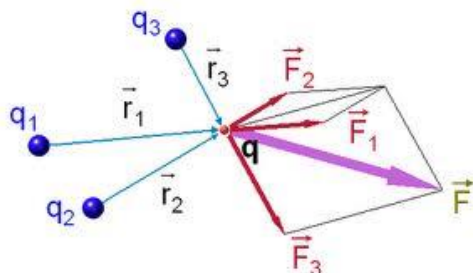


(4) Al ser una fuerza conservativa, el campo electrostático admite una función potencial de la cual deriva.

$F_{\text{Coulomb}} \rightarrow F_{\text{cons}} \rightarrow V = V(x,y,z)$  de la cual deriva  $F$  y  $E$

**1.2.3.- Principio de Superposición. (Principio de independencia de las fuerzas)**

“La fuerza total de un sistema de cargas sobre una carga  $q'$  es igual a la suma vectorial de las fuerzas parciales”.

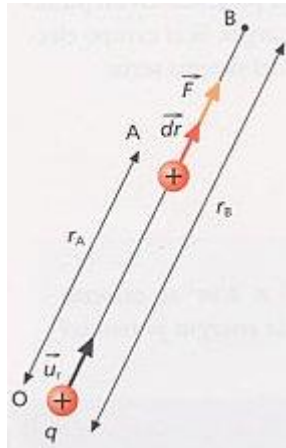


$$\begin{aligned}
 F_T &= \sum F_i = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = \\
 &= k \frac{q_1 \cdot q'}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} + k \frac{q_2 \cdot q'}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} + k \frac{q_3 \cdot q'}{r_3^2} \vec{u}_{r_3} + \dots \\
 &+ k \frac{q_n \cdot q'}{r_n^2} \vec{u}_{r_n} = \sum k \frac{q_i \cdot q'}{r_i^2} \vec{u}_{r_i} \quad (N)
 \end{aligned}$$

**1.2.4.-Energía potencial electrostática de una carga en presencia de otra.**

La fuerza electrostática es una fuerza conservativa por lo que cada carga, q, sobre la que actúe una fuerza electrostática ejercida por otra carga, q', presentará una energía potencial electrostática.

Para determinar el valor de dicha energía potencial electrostática utilizaremos el teorema de la energía potencial. Consideraremos el trabajo que hay que realizar para desplazar q desde A hasta B. La trayectoria seguida puede ser cualquiera pues, como la fuerza es conservativa, el trabajo sólo dependerá de las posiciones inicial (A) y final (B)



$$W_A^B = \int_A^B \vec{F}_{conservativa} \cdot \vec{dr} = -\Delta Ep = -(Ep_B - Ep_A)$$

$$W_A^B = \int_A^B k \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r \cdot \vec{dr} = k \cdot q \cdot q' \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = k \cdot q \cdot q' \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B}$$

$$(\vec{u}_r \cdot \vec{dr} = dr \cos 0^\circ = dr)$$

$$W_A^B = -\frac{kqq'}{r_B} - \left( -\frac{kqq'}{r_A} \right) = \frac{kqq'}{r_A} - \frac{kqq'}{r_B} = Ep_A - Ep_B$$

$$W_A^B = -\Delta Ep = -(Ep_B - Ep_A) = Ep_A - Ep_B$$

Si consideramos el origen de energías potenciales electrostáticas en el infinito respecto a q', y suponemos que B es un punto situado en el infinito, la energía potencial electrostática en B será nula y tendremos:

$$r_B = \infty \implies Ep_B = 0$$

La energía potencial será negativa para cargas de distinto signo (fuerza atractiva) y positiva para cargas de igual signo (fuerza repulsiva).

(-)	Ep < 0	0	Ep > 0	(+)
	q(-) · q(+)		q(+). q(+)	
			q(-). q(-)	
		Ep = 0 (origen)		

Definimos la energía potencial electrostática de una carga q en un punto A (referida al origen) como el trabajo que realiza el campo para llevar la carga q desde el punto A hasta el infinito.

$$Ep_A = k \frac{q \cdot q'}{r_A} = W_A^\infty$$

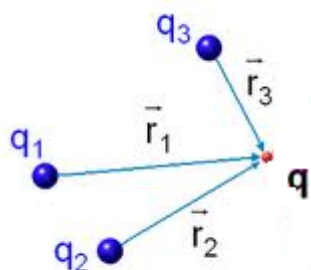
**Principio de superposición para la energía potencial electrostática:**

Hasta ahora hemos considerado la energía potencial electrostática de una carga, q, en presencia de otra carga q'.

Cuando una carga, q, está en presencia de varias cargas, su energía potencial electrostática total corresponde a la suma de las energías potenciales electrostáticas que q tendría en presencia de cada una de las cargas aisladamente.

$$E_{p\text{total}} = \sum E_{p\text{partículas}}$$

a) Energía potencial de un sistema de cargas sobre una carga q.

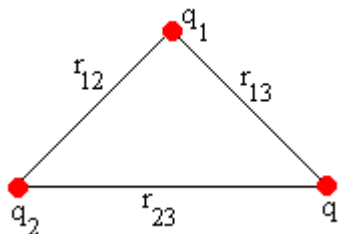


$W_A^B = - \Delta E_p$

$(E_{p\text{sistema}})_{\text{sobre } q} = k \frac{q_1 \cdot q}{r_1} + k \frac{q_2 \cdot q}{r_2} + \dots + k \frac{q_n \cdot q}{r_n} = \sum k \frac{q_i \cdot q}{r_i} \quad (\text{J})$

b) Energía potencial de un sistema de cargas.

La energía potencial de un sistema de cargas, por el principio de superposición, nos dice que es igual a la suma algebraica de las energías potenciales parciales de ese sistema de cargas, tomándolas dos a dos.



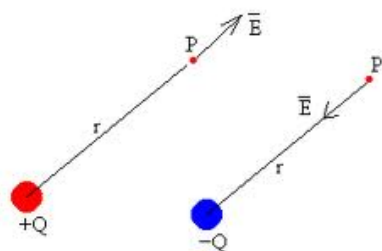
$(E_p)_{\text{sistema}} = E_{p1,2} + E_{p2,3} + E_{p1,3} =$

$= k \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{1,2}} + k \frac{q_2 \cdot q_3}{r_{2,3}} + k \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{1,3}} \quad (\text{J})$

**1.3 CAMPO ELÉCTRICO: CAMPO Y POTENCIAL ELÉCTRICO.**

**1.3.1.- Campo electrostático**

Se define el campo electrostático de una carga puntual, q, como la fuerza por unidad de carga positiva situada en un punto. Por convenio, se considera dicha unidad de carga +



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{k \frac{q \cdot q'}{r^2} \vec{u}_r}{q'} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

Su unidad en el S.I. es N/C

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$



La presencia de la carga q modifica o altera las propiedades del espacio vacío que la rodea. A este espacio vacío perturbado se le llama campo eléctrico.

El campo electrostático depende del medio donde se encuentren las cargas.

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \begin{cases} \text{vacío/aire} & \vec{E}_0 = k_0 \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \\ \text{otro medio} & \vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_a} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r} \end{cases}$$

$$\epsilon_0 = \text{cte dieléctrica del vacío} \quad \epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

$$\epsilon_a = \text{cte dieléctrica absoluta}$$

$$\epsilon_r = \text{cte dieléctrica relativa (adimensional).}$$

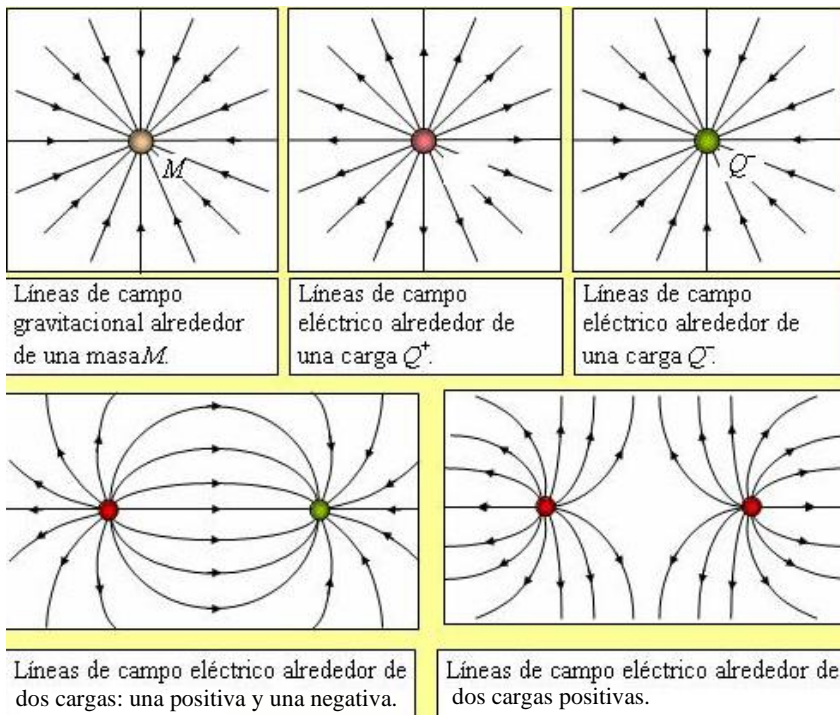
El campo es máximo en el vacío y disminuye en los demás medios.

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r}$$

**Representación del campo electrostático: líneas de campo.**

Las cargas positivas son fuentes de líneas de campo: cualquier carga de prueba, q' positiva, se alejaría de una carga positiva creadora de campo eléctrico.

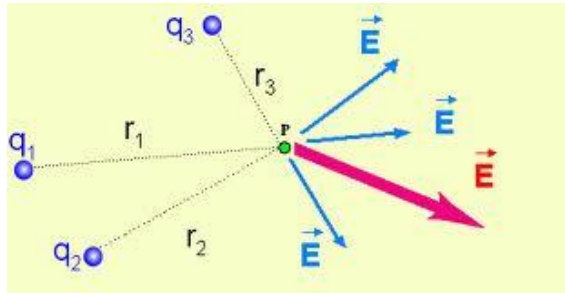
Las cargas negativas son sumideros de líneas de campo: cualquier carga de prueba, q' positiva, se aproximaría a la carga negativa creadora.



**Principio de superposición en el campo eléctrico.**

Si en lugar de a una carga creadora el campo se debe a varias cargas, se tiene que la intensidad de campo electrostático total corresponde a la suma de las intensidades de campo electrostáticos debidas a cada una de las cargas consideradas aisladamente.

*“El campo eléctrico total de una distribución de cargas en un punto es igual a la suma vectorial de los campos parciales”.*



$$(\mathbf{E}_T)_P = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = \sum \mathbf{E}_i = k \frac{q_1}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} + k \frac{q_2}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} + \dots + k \frac{q_n}{r_n^2} \vec{u}_{r_n} = \sum k \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i} \left( \frac{N}{C} \right)$$

**1.3.2.- Potencial electrostático y diferencia de potencial electrostático.**

El campo electrostático es un campo de fuerzas conservativas. Ya hemos estudiado que toda fuerza conservativa tiene asociado una energía potencial. Podemos decir que todo campo de fuerzas electrostáticas tiene asociado un campo escalar de energías potenciales electrostáticas.

Hemos definido la intensidad de campo electrostático como la fuerza por unidad de carga en un punto del campo. Podemos definir un campo escalar de energías potenciales electrostáticas por unidad de carga en cada punto del campo.

**Definición de potencial electrostático (V):**

El potencial electrostático se define como la energía potencial por unidad de carga positiva en un punto (A) del campo, o sea, corresponde al trabajo que realiza el campo sobre cada unidad de carga positiva para trasladarla desde A hasta el infinito:

$$V_A = \frac{W_A^\infty}{q'} = k \frac{q}{r_A}; \quad V_A = \int_A^\infty \vec{E} \cdot \vec{dr} = -\Delta V = -(0 - V_A) = V_A$$

$$V_A = \int_A^\infty k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \cdot \vec{dr} = k \cdot q \int_{r_A}^\infty \frac{dr}{r^2} = k \cdot q \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_A}^\infty = k \cdot q \left( 0 - \left( -\frac{1}{r_A} \right) \right) = k \cdot q \cdot \frac{1}{r_A} = k \cdot \frac{q}{r_A}$$

Si la carga creadora del campo es positiva,  $V_A > 0$ .

Si la carga creadora del campo es negativa,  $V_A < 0$ .

Significado físico: si en un punto  $V=5\text{v} = 5 \text{ J/C}$ , el campo actuaría sobre cualquier carga de  $+1 \text{ C}$  en ese punto con un trabajo de 5 Julios para trasladarla hasta un punto exterior del campo.

La energía potencial electrostática se relaciona con el potencial en un punto mediante la expresión:

$$E_{pA} = q' \cdot V_A$$

Siendo  $q'$  la carga que posee una energía potencial debida a la carga  $q$  que crea el campo.

**Diferencia de potencial electrostático.**

Es el trabajo realizado por el campo para llevar la unidad de carga positiva desde un punto A hasta un punto B. Es una magnitud escalar:

$$\begin{aligned} \frac{W_A^B}{q'} &= \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dr} = \int_A^B k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \cdot \vec{dr} = k \cdot q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = k \cdot q \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = \\ &= k \cdot q \left[ -\frac{1}{r_B} - \left( -\frac{1}{r_A} \right) \right] = k \cdot q \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = k \frac{q}{r_A} - k \frac{q}{r_B} = V_A - V_B = -\Delta V_{AB} \end{aligned}$$

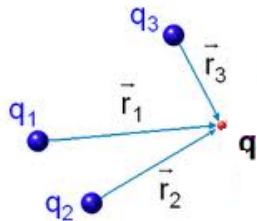
$$\Delta V_{AB} = -\frac{W_A^B}{q'}$$

$$W_A^B = q' \cdot (V_A - V_B)$$

Si la carga se mueve por acción del campo el trabajo es positivo, es decir, **si la carga es positiva espontáneamente siempre se moverá hacia potenciales decrecientes y si es negativa; lo hará hacia potenciales crecientes.** Por el contrario, si el trabajo es negativo quiere decir que la carga se mueve en contra del campo.

**Principio de superposición para el potencial.**

El potencial total de una distribución de cargas es igual a la suma algebraica de los potenciales parciales. Las cargas eléctricas positivas tienen un potencial eléctrico positivo y las cargas eléctricas negativas tienen un potencial eléctrico negativo.



$$\begin{aligned} (V_T)_p &= V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum V_i = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + \dots + k \frac{q_n}{r_n} = \\ &= \sum k \frac{q_i}{r_i} \text{ (voltios)} \end{aligned}$$

**Relación entre campo y potencial electrostático**

Cuando un campo vectorial es conservativo podemos afirmar que tiene asociado un campo escalar de potenciales. Dicho de otra forma podemos afirmar que el campo vectorial deriva de un potencial.

En el caso concreto del campo electrostático, la diferencia de potencial entre dos puntos, A y B, separados por  $\Delta \mathbf{r}$ , vendrá dada por:

$$-\Delta V = V_A - V_B = \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{r}$$

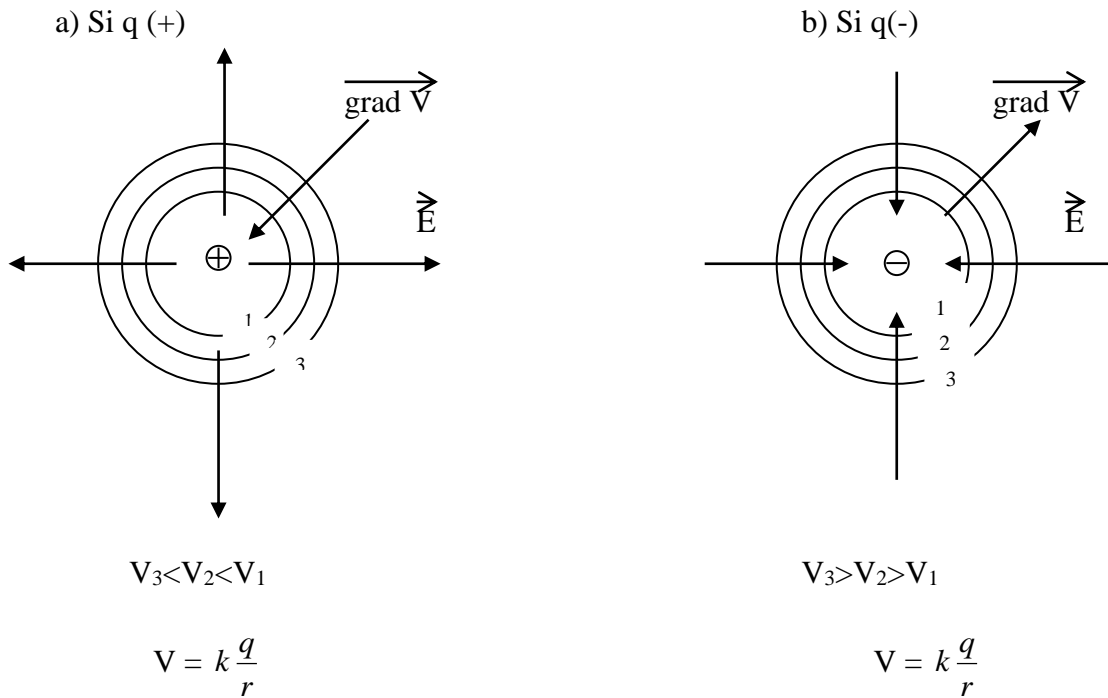
En el caso de diferencias de potencial infinitesimales:

$$-dV = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

De donde: 
$$\vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = \vec{\nabla} V$$

El vector gradiente de potencial indica el sentido en el que aumenta el potencial. Siempre se cumplirá que el vector campo está orientado en el sentido de los potenciales decrecientes, o sea, en sentido opuesto al vector gradiente de potencial.

Por ejemplo, en el campo creado por una carga puntual, q:



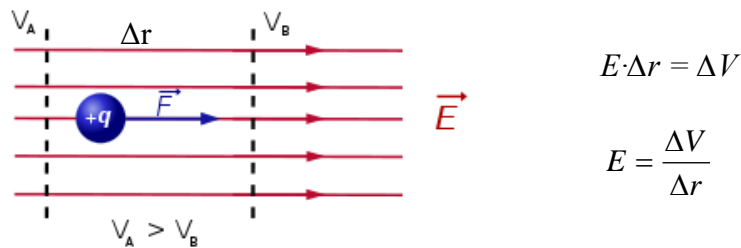
El campo eléctrico se puede medir en N/C y en voltios/metro (v/m).

Vector campo eléctrico: 
$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \quad ; \quad \text{módulo } E = k \frac{q}{r^2}$$

Potencial de campo eléctrico: 
$$V = k \frac{q}{r}$$

Dividiendo miembro a miembro: 
$$\frac{E}{V} = \frac{k \frac{q}{r^2}}{k \frac{q}{r}} = \frac{1}{r}; \quad V = E \cdot r \quad \quad E = \frac{V}{r} \text{ (voltio/metro)}$$

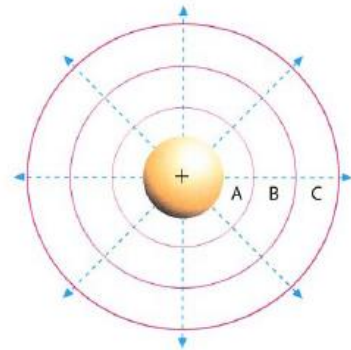
En campos uniformes, por ejemplo en la zona intermedia de dos láminas cargadas con la misma carga pero de signos opuestos:



Si la carga en lugar de moverse entre  $V_A$  y  $V_B$  se moviera perpendicularmente al campo, el trabajo realizado sería nulo (los vectores  $\mathbf{E}$  y  $\cdot \Delta \mathbf{r}$  formarían un ángulo de  $90^\circ$ ).

**Cuando una carga se mueve sobre una superficie de potencial constante el trabajo realizado es nulo.** Dichas superficies se llaman equipotenciales.

El esquema de la derecha muestra superficies equipotenciales esféricas, (A, B y C) también para un campo uniforme.



### 1.4 CONDUCTORES Y AISLANTES (DIELÉCTRICOS)

Es sabido que las sustancias pueden clasificarse según la facilidad con la que conducen la corriente eléctrica en conductores y aislantes (o dieléctricos).

Sustancias		
Conductores	Aislantes (dieléctricos/no conductores)	
	Dieléctricos polares	Dieléctricos no polares (apolares)

Definición de **conductores**: Se llaman conductores los cuerpos o sustancias en cuyo seno tienen movilidad las cargas eléctricas (electrones, iones, ..., etc.)

Son conductores los metales, las sales fundidas, las disoluciones de sustancias iónicas o los gases ionizados.

Definición de **dieléctricos**: un dieléctrico (aislante) es un cuerpo o sustancia en el que generalmente los enlaces son covalentes, y en cuyo interior no se mueven las cargas eléctricas. Pueden clasificarse en:

**Dieléctricos polares**: Son sustancias con enlace covalente, y estos enlaces tienen cierta polaridad en su molécula. También se definen como aquellas sustancias en las que el centro de gravedad de las cargas positivas no coincide con el centro de gravedad de las cargas negativas, y por esta razón se forman dipolos.

Ejemplo:      HF (ácido fluorhídrico)      H<sub>2</sub>O (agua)

                  NH<sub>3</sub> (amoníaco)                      CO<sub>2</sub> (dióxido de carbono)

HCl (ácido clorhídrico) (enlace covalente polarizado; par de electrones compartidos localizados más próximos al átomo de Cl que al de H)



**Dieléctricos no polares (apolares):** Son sustancias o cuerpos con enlace covalente y las moléculas no tienen polaridad. También se definen como aquellas sustancias en las que coincide el centro de gravedad de las cargas positivas y el centro de gravedad de las cargas negativas.

Ejemplo: H<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>, Br<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, F<sub>2</sub>,...

Representación



#### **1.4.1.- Conductores en equilibrio electrostático**

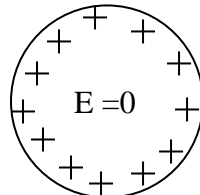
Equilibrio electrostático corresponde a la situación en la que las cargas están en reposo y, además, en equilibrio. Un conductor cargado, positiva o negativamente, y en equilibrio electrostático tiende a situar siempre las cargas en la superficie para que el campo electrostático en el interior sea cero ( $E=0$ ).

Las cargas se sitúan en la superficie del conductor para quedar lo más alejadas posible entre sí y conseguir que la repulsión sea mínima. En esta situación el campo en el interior es cero, ya que si no lo fuera, las cargas tenderían a moverse bajo la acción del campo electrostático no nulo.

En estas condiciones, el conductor se comporta como una superficie equipotencial, es decir, como una superficie con potencial eléctrico constante del mismo valor en todos sus puntos. Para demostrar esto basta con recordar que la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera, A y B, del conductor, separados por una distancia  $\Delta r$ , vendrá dada por:

$$-\Delta V = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dr}$$

pero como el campo en el interior del conductor es nulo ( $E=0$ ); tendremos:  $\Delta V = 0$ ; de donde se deduce que los dos puntos considerados deben tener el mismo potencial, o sea, en el conductor  $V$  es constante.

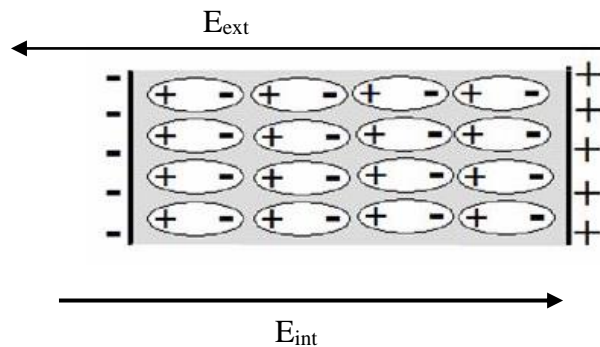


**1.4.2.- Comportamiento de un dieléctrico en el interior de un campo eléctrico.**

Dos placas metálicas cargadas con cargas de signos opuestos y del mismo valor crearán un campo eléctrico en la zona intermedia. Si en dicha zona introducimos un dieléctrico habremos preparado un dispositivo que se denomina condensador y que tiene la propiedad de almacenar carga eléctrica.

Si el dieléctrico introducido entre las placas es un dieléctrico polar, sus moléculas polares se orientarán de forma coherente con el campo eléctrico exterior que hay en la zona intermedia ( $E_{ext}$ ).

Si el dieléctrico introducido entre las placas es un dieléctrico apolar, se producen dipolos inducidos con una separación real de los centros de gravedad de las cargas positivas y negativas. Las moléculas del dieléctrico son dipolos inducidos y se orientan, como en el caso anterior, de forma coherente con el campo eléctrico exterior que hay en la zona intermedia ( $E_{ext}$ ).



En ambos casos las moléculas del dieléctrico quedan dispuestas de forma que dicho dieléctrico tiene un borde positivo (enfrentado a la placa negativa) y otro borde negativo (enfrentado a la placa positiva). Hay por lo tanto un campo eléctrico en el interior del dieléctrico ( $E_{int}$ ).

En la zona intermedia habrá dos campos eléctricos, de modo que el campo eléctrico resultante puede definirse por:

$$E_{res} = E_{ext} + E_{int}$$

Para el campo eléctrico interior se cumplirá:

$$E_{int} = \frac{E_{ext}}{\epsilon_r} \text{ (siendo } \epsilon_r \text{ la permitividad relativa del dieléctrico)}$$

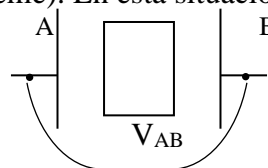
$$\text{y será: } E_{int} < E_{ext}$$

El campo interior se opone al exterior y actuará debilitando. En la zona intermedia el campo resultante es menos intenso que el campo exterior (el que habría si no hubiésemos puesto el dieléctrico).

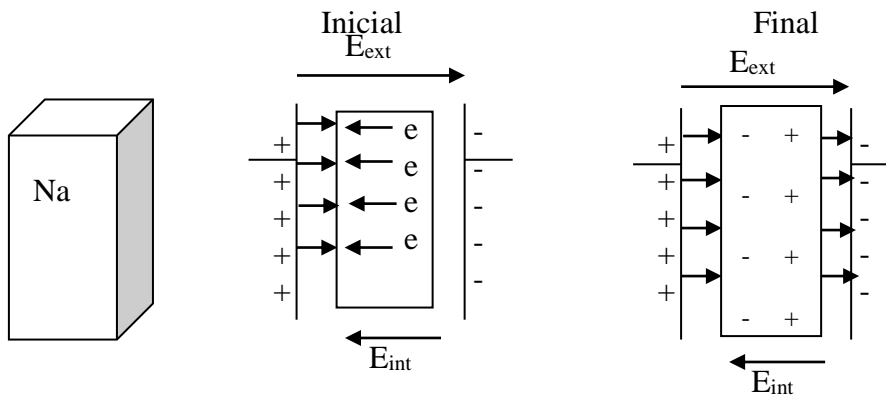
El dieléctrico atenúa pero no anula el campo en la zona intermedia entre las placas, por eso podemos decir que el dieléctrico es parcialmente permeable a las líneas de fuerza.

Rigidez dieléctrica:

Es la diferencia de potencial,  $V_{AB}$ , a la que hay que someter a un dieléctrico para que éste se perfora (se queme). En esta situación es como si el dieléctrico no estuviese presente.



**1.4.3.- Comportamiento de un conductor en el interior de un campo eléctrico**



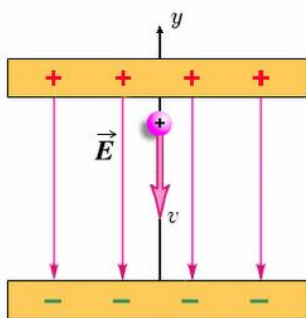
$$E_{res} = E_{ext} + E_{int} = 0 \qquad (E_{res} = 0)$$

Al introducir el metal en el interior de las láminas del condensador, se observa el movimiento de los electrones libres del metal (electrones de valencia) en sentido contrario al campo exterior. En el interior del conductor se induce un campo eléctrico del mismo valor y de sentido contrario al campo exterior, por lo tanto el campo resultante en la zona intermedia es nulo y no hay líneas de fuerza. Se observa que los conductores son totalmente impermeables a las líneas de fuerza del campo exterior.

Se observan en la superficie del conductor unas cargas inducidas, y entonces se dice que el conductor está polarizado. Este fenómeno del  $E_R=0$  en el interior de un conductor se aprovecha cuando se quiere aislar un sistema de los efectos de campos exteriores. A esto se le llama Jaula de Faraday. La jaula de Faraday se aprovecha para realizar medidas eléctricas de gran precisión.

**1.4.4.- Movimiento de una partícula cargada en el interior de un campo eléctrico.**

- (1) Si la partícula entra con la misma dirección que el campo eléctrico, puede suceder lo siguiente:



Si soltamos un protón en la lámina positiva, se mueve en la misma dirección que el campo y con el mismo sentido. (En la lámina negativa un protón no saldría de ella).

Si soltamos un electrón en la lámina negativa, se mueve en la misma dirección que el campo y con sentido contrario.

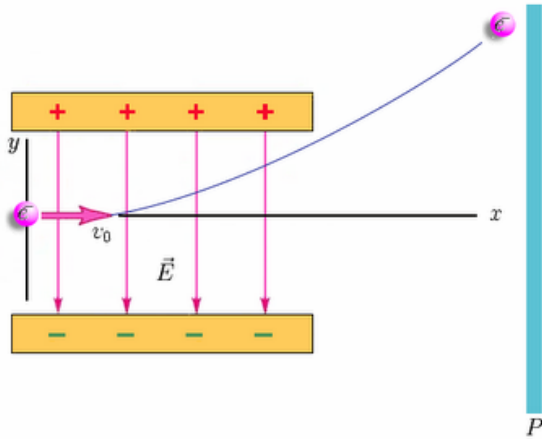
Si soltamos un neutrón no le pasa nada, puesto que no se ve afectado por el campo.

$$\left. \begin{aligned} F &= m \cdot a \\ F &= q \cdot E \end{aligned} \right\} a = \frac{q \cdot E}{m}$$



(2) Si la partícula cargada entra perpendicularmente al campo:

Si un electrón o un protón entran perpendicularmente a un campo eléctrico, describirán una parábola.



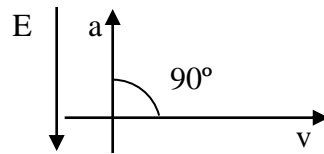
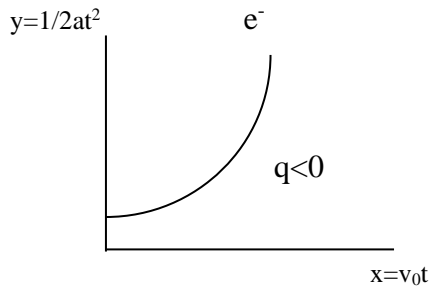
$$F_N = m_e \cdot a ; F_e = q \cdot E$$

$$F_N = F_e ; m_e \cdot a = q \cdot E$$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m_e} \text{ en módulo : } a = \frac{q \cdot E}{m_e} = \text{cte}$$

En el dibujo se indica la forma de la trayectoria para el caso de que la partícula considerada sea un electrón. El movimiento es similar al de un proyectil en tiro horizontal en un campo gravitatorio. Como en este

caso la aceleración es positiva (vector vertical hacia arriba) la parábola sería contraria a la del proyectil en el supuesto indicado.



$$v_{ox} = v_0 \quad x = v_0 t \quad (\text{MRU})$$

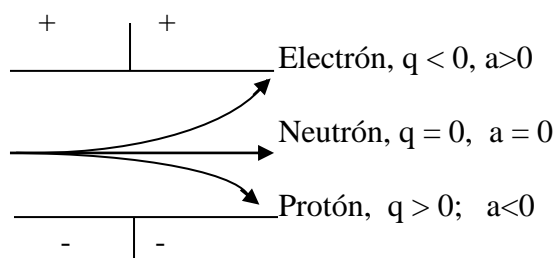
$$v_{oy} = 0 \quad y = \frac{1}{2} at^2 \quad (\text{MRUA})$$

$x = v_0 t ; t = \frac{x}{v_0}$  } Para determinar la ecuación de la trayectoria despejamos t en x y  
 sustituimos en y.  
 $y = \frac{1}{2} at^2$

$$y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{q_e E}{m_e} t^2 = \frac{1}{2} \frac{q_e E}{m_e} \frac{x^2}{v_0^2} = \frac{q_e E x^2}{2 m_e v_0^2} = kx^2$$

$$y = kx^2 \text{ (Ecuación de una parábola)}$$

**Conclusión:** Cuando una partícula cargada penetra perpendicularmente en un campo eléctrico ( $E = \text{cte}$ ) con una velocidad  $v$ , siempre describe la trayectoria de una parábola.



**Expresión del Principio de conservación de la energía mecánica en el campo electrostático**

El campo electrostático es conservativo:

$$\boxed{E_m = cte}; \quad E_{m_A} = E_{m_B} = cte$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$\underbrace{\sum k \frac{q_i q'}{r_A}}_{(E_{pT})_A} + \frac{1}{2} m v_A^2 = \underbrace{\sum k \frac{q_i q'}{r_B}}_{(E_{pT})_B} + \frac{1}{2} m v_B^2$$

También podemos expresar el principio de conservación de la energía mecánica como sigue:

$$\boxed{\Delta E_c = - \Delta E_p}$$

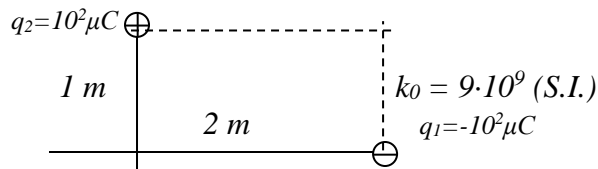
$$E_{c_f} - E_{c_0} = E_{p_0} - E_{p_f}$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \sum_{i=1}^n k \cdot \frac{q_i \cdot q'}{r_A} - \sum_{i=1}^n k \cdot \frac{q_i \cdot q'}{r_B}$$

## CUESTIONES Y PROBLEMAS-1

*Nota: Cuando el campo se calcula con módulos y consideraciones geométricas, las cargas se toman con signo +. El potencial de una carga positiva es siempre positivo y el potencial de una carga negativa es siempre negativo, ya que el potencial es un escalar.*

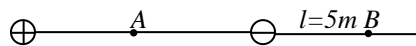
1.- Dado el siguiente sistema de cargas con sus datos, calcula el campo y potencial electrostáticos en el punto p(2,1)



2.- Dado el siguiente sistema de cargas con sus datos, calcula:

- a) Campo electrostático resultante en B ( $E_R$ )<sub>B</sub>
- b) Potenciales en A y B ( $V_A$  y  $V_B$ )
- c) Trabajo para llevar una carga  $q' = 1\mu C$  desde A a B.

Datos:  $q_1 = 10^2 \mu C$ ;  $q_2 = -10^2 \mu C$ ; cargas en el vacío; distancia entre cargas  $r = 10m$   
(el punto A está en el punto medio  $r/2$ )



3.- Dos cargas  $q_1 = 2 \cdot 10^{-9} C$  y  $q_2 = -4 \cdot 10^{-9} C$ , están situadas en dos vértices de un triángulo equilátero de  $2 \cdot 10^{-2} m$  de lado. Sabiendo que  $k_0 = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$ , halla:

- a) El valor del campo eléctrico en el otro vértice.
- b) ¿Qué trabajo que habría que realizar para traer una carga de  $5 \cdot 10^{-9} C$  desde el infinito al tercer vértice del triángulo?

4.- Dos cargas puntuales iguales de  $-5 \cdot 10^{-8} C$  están fijas en los puntos (0,0) mm y (5,0)mm. Sabiendo que  $k_0 = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$ , halla:

- a) El campo eléctrico en el punto (10,0) mm
- b) La velocidad con la que llega al punto (8,0) mm una partícula de carga  $8 \cdot 10^{-9} C$  y 5mg de masa que se abandona libremente en el punto (10,0) mm.

5.- En los puntos (2,0) y (0,4) hay cargas de  $2\mu C$  y  $-4\mu C$  respectivamente. Calcula:

- a) Campo eléctrico en el origen de coordenadas.
- b) Potencial eléctrico en el origen de coordenadas y en el punto (6,0)
- c) Trabajo necesario para trasladar una carga de  $10^{-2} \mu C$  desde el origen de coordenadas hasta el punto (6,0)
- d) Fuerza ejercida por el campo sobre una carga de  $10^{-3} \mu C$  situada en el origen de coordenadas.
- e) Energía potencial de una carga de  $1 \mu C$  situada en el origen de coordenadas.

Datos: Distancias en metros y  $k_0 = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$

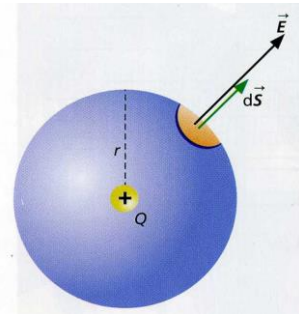
6.- Dos cargas eléctricas puntuales, de cargas  $q$  y  $4q$  están a 1 m de distancia. Determina el punto en el que la unidad de carga positiva está en equilibrio

- a) Cuando ambas cargas son negativas.

- b) Cuando tengan signos opuestos  
c) Cuando ambas cargas sean positivas.
- 7.- Dado un cuadrado de lado  $1\text{ m}$  y cuatro cargas iguales en los vértices,  $q_1=q_2=q_3=q_4=q$ , calcula:  
a) El campo resultante en el centro.  
b) El potencial en el centro.
- 8.- En un campo uniforme de  $2000\text{ N/C}$  dos superficies equipotenciales están separadas  $10\text{ cm}$ . Determina la diferencia de potencial entre ellas.
- 9.- Determina la distancia entre dos superficies equipotenciales de un campo uniforme de  $500\text{ N/C}$ , entre las que la diferencia de potencial es de  $100\text{ V}$ .
- 10.- Existe un campo eléctrico uniforme entre dos láminas planas y paralelas con cargas iguales y opuestas. Se abandona un electrón sobre la lámina cargada negativamente. La distancia entre las láminas es de  $3\text{ cm}$  y el valor del campo es de  $800\text{ N/C}$ . Calcula:  
a) Velocidad de llegada del electrón a la lámina positiva.  
b) Tiempo que tarda el electrón en llegar a la lámina positiva.  
c) Diferencia de potencial entre las láminas.  
d) Variación de la energía cinética del electrón.  
e) Variación de la energía potencial del electrón.  
Datos:  $m_e=9,11\cdot 10^{-31}\text{ kg}$  ;  $q_e=1,602\cdot 10^{-19}\text{ C}$ .
- 11.- Una partícula con carga de  $10^{-12}\text{ C}$ , inicialmente en reposo, es acelerado por un campo eléctrico uniforme de  $8\cdot 10^6\text{ N/C}$  hasta alcanzar una velocidad de  $8\text{ m/s}$ . Si la partícula tarda  $2\text{ s}$  en alcanzar dicha velocidad, calcula:  
a) La masa de la partícula y el espacio recorrido en ese tiempo.  
b) La diferencia de potencial entre la posición inicial y la final.
- 12.- Una esfera de  $5\cdot 10^{-3}\text{ kg}$  de masa cuelga de un hilo en el interior de dos láminas cargadas con distintos signos y separadas entre sí  $5\cdot 10^{-2}\text{ m}$ . Calcula la diferencia de potencial entre las láminas sabiendo que el hilo forma un ángulo de  $15^\circ$  con la vertical y que la carga de la esfera es de  $10^{-8}\text{ C}$ .
- 13.- Dos pequeñas bolas de  $10\text{ g}$  de masa cada una de ellas, están sujetas por hilos de  $1\text{ m}$  de largo, suspendidas de un punto común. Si ambas bolitas tienen la misma carga eléctrica y los hilos forman un ángulo de  $10^\circ$ , calcule el valor de la carga eléctrica. ¿Puede determinar el tipo de carga?  $K=9\cdot 10^9\text{ Nm}^2/\text{C}^2$

## CÁLCULO DEL CAMPO ELÉCTRICO MEDIANTE EL TEOREMA DE GAUSS

Karl Friedrich Gauss (1777-1855), matemático alemán, astrónomo y estudioso de la electricidad y el magnetismo, estableció la relación entre el flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada y la carga contenida en su interior. Esta relación fue retomada por Maxwell como una de las ecuaciones del campo electromagnético. La genialidad del **teorema de Gauss** es que, haciendo uso del concepto de **flujo del campo eléctrico**, permite calcular campos eléctricos debido a cuerpos que presentan simetría en sus formas.



### 1.-¿QUÉ ES EL FLUJO DEL CAMPO ELÉCTRICO?

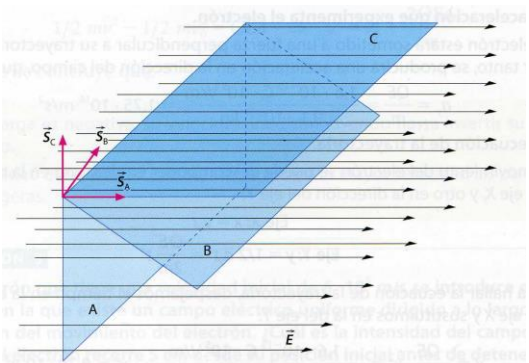
Basándonos en la noción de líneas de fuerza, podemos dar una interpretación cualitativa del significado del flujo del campo eléctrico:

**El flujo del campo eléctrico es una medida del número de líneas de fuerza que atraviesan una superficie dada.**

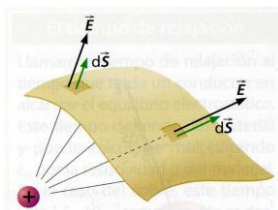
Esta definición encierra dos conceptos básicos:

- Número de líneas de fuerza. Como ya vimos, es proporcional a la intensidad del campo,  $\vec{E}$ , por lo que pueden relacionarse.
- Superficie. Toda superficie puede representarse mediante un vector  $\vec{S}$  perpendicular a ella y cuyo módulo sea el área.

Si te fijas en la figura adjunta, te darás cuenta de que el número de líneas de fuerza que atraviesan una superficie depende de la orientación relativa de ésta con respecto a aquellas. De este modo, si la superficie es perpendicular a las líneas de fuerzas (es decir, si  $\vec{S}$  es paralelo a  $\vec{E}$ ), el flujo es máximo, mientras que si la superficie es paralela al campo ( $\vec{S}$  es perpendicular a  $\vec{E}$ ), el flujo es nulo. Estos resultados son congruentes con la expresión del flujo como el producto escalar del campo por el vector de superficie. Es decir:



$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$$



La unidad del flujo del campo eléctrico en el Sistema Internacional es el newton por metro cuadrado y por culombio ( $\text{N m}^2 / \text{C}$ ).

La expresión  $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$ , sin embargo, representaría el flujo del campo eléctrico para un campo uniforme. Si el campo no es uniforme, que es lo más corriente, tendremos que recurrir al análisis diferencial habitual: dividir la superficie considerada en elementos diferenciales de superficie  $d\vec{S}$  cuyo carácter

infinitesimal sea tal que podamos considerar que  $\vec{E}$  a su través es prácticamente constante. Definimos, así, un flujo elemental a través de  $d\vec{S}$  de la siguiente forma:  $d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$

El flujo total de un campo eléctrico para toda superficie será:  $\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

Esta es la expresión general del flujo del campo eléctrico, y en ella la integral representa la suma de los flujos elementales extendida sobre toda la superficie.

## 2.-TEOREMA DE GAUSS

Este teorema relaciona el flujo a través de una superficie cerrada con la carga contenida en su interior.

El caso más sencillo para calcular el flujo del campo eléctrico es el de una esfera de radio  $r$  en cuyo centro existiese una carga positiva  $Q$ .

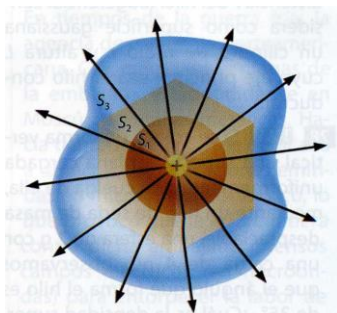
En este caso, las líneas de fuerza serían radiales y, en consecuencia,  $\vec{E}$  (dirección radial) y  $d\vec{S}$  tendrían la misma dirección y sentido en cada punto de la esfera. Así pues:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E \cdot dS = E \int_S dS$$

El valor de  $E$  en los puntos de la superficie de radio  $r$  creado por la carga puntual de su interior es  $kQ/r^2$ , mientras que la integral extendida a toda la superficie cerrada de los elementos  $dS$  es justamente el valor de la superficie  $S$  de la esfera, igual a  $4\pi r^2$ . Así pues:

$$\Phi = E \int_S dS = k \frac{Q}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

Teniendo en cuenta que  $k=1/4\pi\epsilon_0$ , obtenemos la expresión matemática del teorema de Gauss:



$$\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Observa la importancia de este resultado: en él no interviene el radio de la esfera considerada. Por tanto, el resultado es el mismo sea cual sea el tamaño de la esfera. Pero, además, si te fijas en la figura, el número de líneas de fuerza que atraviesan la esfera  $S_1$  es exactamente el mismo que el de las que atraviesan la superficie cúbica  $S_2$  o la irregular  $S_3$ .

En consecuencia, podemos generalizar diciendo que:

El flujo del campo eléctrico a través de cualquier superficie cerrada es independiente de la forma de la superficie e igual a la carga neta contenida dividida por  $\epsilon_0$ .

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{neta}}{\epsilon_0}$$

Este es el enunciado del teorema de Gauss, que relaciona el flujo del campo eléctrico con la carga contenida en una superficie cerrada.

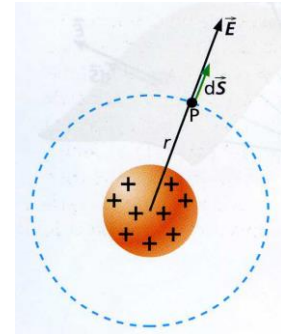
## 3.-CÁLCULO DE CAMPOS ELÉCTRICOS A PARTIR DEL TEOREMA DE GAUSS

El ámbito de validez del teorema de Gauss es el mismo que el de la ley de Coulomb. Sin embargo, en algunas ocasiones, resulta más sencillo calcular el campo eléctrico usando el teorema de Gauss que aplicando la ley de Coulomb. El procedimiento para determinar el campo a partir del teorema de Gauss es:

1. Se elige la superficie cerrada de área conocida, de modo que el campo sea perpendicular a ella. Esta superficie se denomina gaussiana.
2. Se evalúa el flujo a través de ella a partir de la expresión  $\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$
3. Se iguala el flujo obtenido a la expresión del teorema de Gauss.

**Campo creado en el exterior de una esfera uniformemente cargada**

Imaginemos una esfera cargada de forma homogénea con carga positiva. El campo que originará tendrá simetría radial. Por tanto, si queremos calcular el campo creado en un punto exterior a una distancia r de su centro, lo lógico será elegir como superficie una esfera de radio r. Puesto que el campo es radial, el flujo a través de ella valdrá:



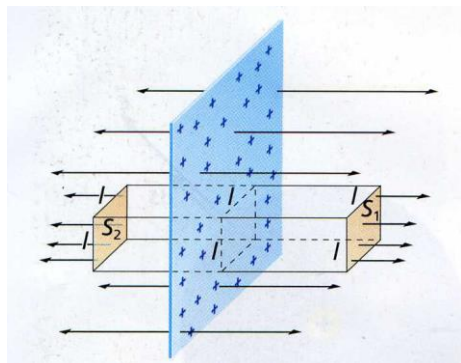
$$\Phi = E \int_S dS = E4\pi r^2$$

Aplicando el teorema de Gauss, se obtiene:

$$\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Así, el campo en el exterior de una esfera uniformemente cargada es el mismo que el que se obtendría si toda la carga de la esfera estuviera concentrada en su centro y se comportara como una carga puntual.

**Campo originado por una placa plana uniformemente cargada**



Imaginemos una placa plana cargada de forma homogénea con carga positiva, donde  $\sigma$  es la densidad superficial de carga ( $\sigma = Q/S$ ). Como se ve en la figura, las líneas de fuerza son perpendiculares a la placa. Para resolver el problema, y dado que la carga está repartida homogéneamente, no es necesario considerar la placa entera. Elijamos, por ejemplo, un pequeño cuadrado de lado l. La carga que contiene valdrá:  $Q = \sigma S = \sigma l^2$ .

Consideremos ahora una superficie cerrada que contenga en su interior el cuadrado anterior. Lo más sencillo es elegir el paralelepípedo que ilustra la figura. Puedes observar que el flujo a través de las paredes laterales del paralelepípedo elegido es nulo, pues las paredes son paralelas al campo, y, en consecuencia,  $\vec{E}$  es perpendicular al vector  $d\vec{S}$ . Por tanto, el flujo neto es la suma de los flujos a través de  $S_1$  y  $S_2$ :

$$\Phi = E S_1 + E S_2 = 2 E S = 2 E l^2$$

Dado que:

$$\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma l^2}{\epsilon_0}$$

Igualando, obtenemos:

$$2 E l^2 = \frac{\sigma l^2}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

que, como se ve, es independiente de la distancia a la placa y solo depende de la densidad superficial de carga y del medio. Por tanto, el campo debido a una placa plana uniformemente cargada es constante.

#### **4.-PROTECCIÓN FRENTE A CAMPOS EXTERNOS: JAULA DE FARADAY**

Una de las diferencias entre el campo eléctrico y el gravitatorio radica en que es imposible aislarse de un campo gravitatorio externo; sin embargo, sí es posible aislarse de un campo eléctrico si, como vamos a ver, nos encerramos en el interior de una superficie conductora.

Imaginemos un material conductor en el seno de un campo eléctrico uniforme externo. Como los conductores tienen electrones libres, estos se desplazarán en sentido opuesto al campo. Se produce así una división de cargas en el seno del conductor que origina un campo interior opuesto al exterior.

El desplazamiento electrónico cesa cuando el campo en el interior del conductor se iguale, con sentido opuesto, al campo externo; de lo contrario, el desequilibrio seguiría originando la separación de carga.

Cuando esto ocurra, el conductor estará en **equilibrio electrostático**.

En este caso, el campo resultante en el interior del conductor será nulo, pues:

$$E_{\text{neto en el interior}} = E_{\text{externo}} - E_{\text{interno}} = 0$$

Pero, ¿qué significa que el campo neto en el interior del conductor es nulo? Si consideramos una hipotética superficie cerrada gaussiana interna pero tan próxima a la superficie del conductor como deseemos, el hecho de que  $E_{\text{neto}}$  sea cero implica que el flujo a través de dicha superficie elegida es cero.

Puesto que el flujo equivale a la carga interna encerrada dividido entre  $\epsilon_0$ , se llega a la conclusión de que **la carga neta en el interior de un conductor en equilibrio electrostático es nula**.

En consecuencia:

**Todo exceso de carga en un conductor aislado en equilibrio electrostático se reparte por su superficie.**

Es decir, si nos encerramos en el interior de una superficie conductora (o de una simple jaula metálica conductora), estaríamos protegidos frente a los campos externos, como por ejemplo las descargas de los rayos.

Este hecho fue deducido y comprobado por Faraday, por lo que suele conocerse como **efecto de jaula de Faraday**.

Existen numerosos hechos cotidianos que evidencian este efecto:

- En las casas construidas con estructura metálica, es preciso colocar antenas si queremos ver bien la TV o escuchar la radio. La razón es que el campo eléctrico asociado a la onda electromagnética que transmite la señal no podría penetrar en el interior de la “jaula” metálica conductora. Por este mismo motivo dejamos de escuchar la radio del coche en el interior de los túneles.
- Cuando se trabaja con instrumentos sensibles de recepción de señales electromagnéticas, como osciloscopios, amplificadores, etc..., es conveniente introducirlos en cajas construidas con mallas metálicas para evitar el llamado “ruido de fondo” producido por campos externos.
- Los cables coaxiales de las antenas de TV llevan una malla de protección que evita que otros campos interfieran la señal de TV.



PROBLEMA SOBRE EL TEOREMA DE GAUSS

Si se coloca de forma vertical una superficie plana cargada uniformemente y se cuelga de ella, mediante un hilo de seda de masa despreciable, una esfera de 2 g con una carga de 4 nC, observamos que el ángulo que forma el hilo es de 35°. ¿Cuál es la densidad superficial de carga de dicha superficie?

Permitividad eléctrica del vacío ( $\epsilon_0$ ) =  $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

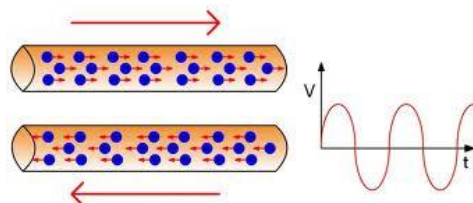
**Solución:**  $6,1 \cdot 10^{-5} \text{ C m}^{-2}$

## 1.5 BREVE RESUMEN DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

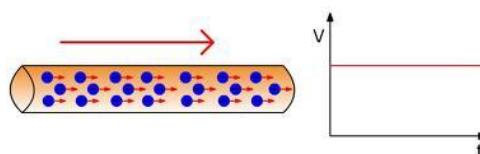
La corriente eléctrica puede ser:

- Corriente continua: Dispositivos generadores: pilas, baterías, dinamo.
- Corriente alterna: Dispositivos generadores: alternadores.

a) **Corriente alterna:** Es aquella corriente que periódicamente cambia de polaridad y de sentido.



b) **Corriente continua:** La corriente continua es un flujo o chorro de electrones que van del polo negativo sobrante de ellos al polo positivo falto de ellos.



Lo que realmente se mueve por los conductores son los electrones de la última capa del metal (electrones de valencia). Lo que viaja por los conductores son cargas negativas.

Para que haya un movimiento real de cargas, debe existir un campo eléctrico que las impulse. Dicho de otra forma, para que se muevan las cargas entre dos puntos, debe existir una diferencia de potencial entre esos dos puntos.

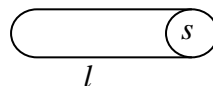
La corriente continua significa que las cargas siempre se mueven en el mismo sentido, y que hay un movimiento real de cargas.

**Intensidad eléctrica (I):** Se define como la carga por unidad de tiempo que circula por un conductor

$$I = \frac{q}{t} \quad (\text{C/s}=\text{A}=\text{Amperio})$$

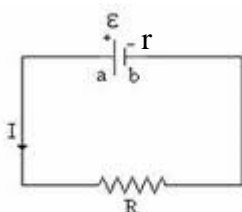
**Resistencia (R):** Es la oposición que ofrecen los conductores a que las cargas circulen por ellos. La resistencia cambia de unos conductores a otros. Por ejemplo, la plata presenta menor resistividad que el cobre y éste menor que el aluminio.

$$R = \rho \frac{l}{s} \quad (\text{ohmios, } \Omega);$$



$\left\{ \begin{array}{l} \rho : \text{Resistividad (depende del material conductor)} \\ s = \text{sección del conductor} \end{array} \right.$

**Diferencia de potencial (ddp,  $V_{AB}$ ) y Fuerza electromotriz.**



r: resistencia interna de la pila

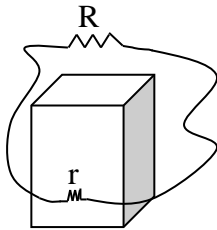
$\epsilon$  : fuerza electromotriz (fem)

$V_{AB} = \frac{W_A^B}{q'}$  Es el trabajo que realiza el campo para llevar la unidad de carga + desde A a B.

$\epsilon = \frac{W_{total}}{q'}$  Es el trabajo que la pila suministra a la unidad de carga + para que saliendo del punto A recorra todo el circuito, llegue a B y desde B pase al punto A por el interior del generador (pila).

$\epsilon > V_{AB}$      $\epsilon = V_{AB} + I \cdot r$     Unidades S.I. de  $\epsilon$  y  $V_{AB}$  : voltios (v)

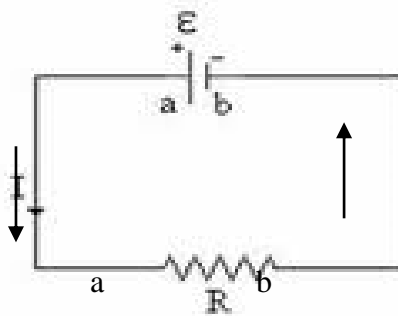
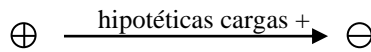
Ejemplo:    pila  $\epsilon = 1,5$  V (  $V_{AB} = 1,4$  V;  $I \cdot r = 0,1$  V)



A y B son los bornes de la pila, entre sus extremos la diferencia de potencial es de 1,4 voltios.  
 $I \cdot r$  corresponde al trabajo que consume la pila para vencer su resistencia interna.  
 $\epsilon$  (fem) =  $\epsilon$  crea  $V_{AB}$  en los bornes de la pila (polos de la pila)

Sentido de la corriente eléctrica:

- Sentido real: los electrones van del polo negativo al positivo.     $\ominus \xrightarrow{e^-} \oplus$
- Sentido convencional: unas hipotéticas cargas positivas van del polo positivo al negativo.



**Ley de Ohm simple:**

Está referida a partes del circuito.

*“La intensidad que circula por un conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial e inversamente proporcional a la resistencia del conductor”*

$$I = \frac{V_{AB}}{R}$$

**Ley de Ohm generalizada:**

"La intensidad de corriente que recorre el circuito es directamente proporcional a la fuerza electromotriz e inversamente proporcional a la resistencia total del circuito"

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$\varepsilon = I \cdot R + I \cdot r = V_{AB} + I \cdot r \quad ; \quad \varepsilon = V_{AB} + I \cdot r$$

**Ley de Joule** (Efecto calorífico de la corriente eléctrica)



$$Q = 0,24 I^2 R t \quad (W_{\text{elec}t} = I^2 R t)$$

$$1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$$

**Potencia eléctrica:**  $P = \frac{W}{t} = \frac{I^2 R t}{t} = I^2 R = V_{AB} \cdot I$  (Con resistencia interna nula)

Considerando resistencia interna, r:  $P = \varepsilon \cdot I$

14.-Ejercicios de repaso sobre corriente eléctrica

- a) Determina el número de electrones que pasan por un conductor en 1 segundo si circula por él una corriente de dos amperios ( $1 \text{ e} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ).
- b) Indica verdadero o falso: "La corriente eléctrica circula con mayor facilidad en un conductor... i) cuanto más fino sea; ii) cuanto más corto sea.
- c) Un cable tiene una resistencia de 20 ohmios ¿cuál es la resistencia de otro cable del mismo metal y doble sección?
- d) Por un conductor circula una corriente de 2,5 amperios si es conectado a un voltaje de 100 V. Determina la resistencia del conductor y la fem del generador si su resistencia interna es de 0,5 ohmios.
- e) Un calentador eléctrico tiene una potencia de 1000 w. Si dicho calentador es conectado a un generador de 220 V, ¿cuál es la intensidad de corriente? ¿y la resistencia del conductor?

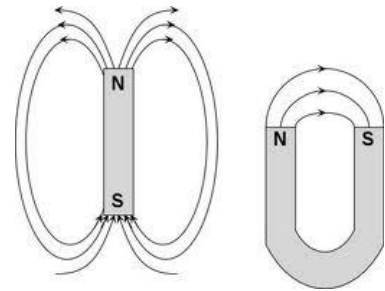
## 2. CAMPO MAGNÉTICO

### 2.1.- Introducción

Desde la antigüedad se conocen materiales naturales con propiedades magnéticas. Los imanes pueden ser:

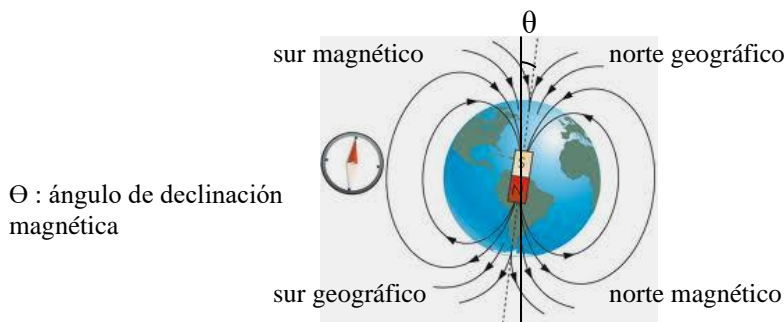
- Permanentes:
  - Naturales: Magnetita (mineral)  $Fe_3O_4$  óxido ferroso-férrico.
  - Artificiales: barra de acero imantada.
- Temporales
  - Artificiales: hierro dulce imantado.

En un imán se pueden distinguir dos partes llamadas polos separados por una línea neutra.

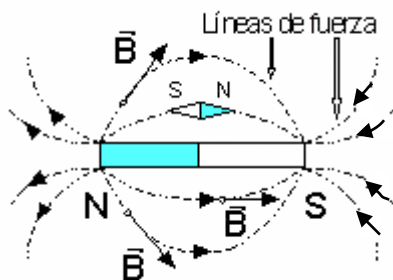


### Leves básicas

- (1) Polos del mismo nombre se repelen y polos de distinto nombre se atraen.
- (2) La Tierra es un gran imán, pues tiene propiedades magnéticas:



- (3) La máxima atracción de un imán se encuentra en los polos. El espacio vacío que rodea estos polos es un espacio vacío perturbado, al cual se le llama campo magnético.

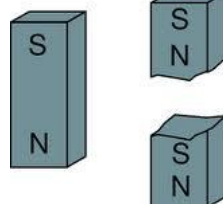


El campo magnético se representa por  $\mathbf{B}$ , vector que puede denominarse vector campo magnético, vector inducción magnética o vector densidad de flujo magnético.

- (4) Las líneas de campo magnético son líneas cerradas que salen del polo norte y entran en el polo sur.

El campo magnético es un campo **NO**

- (5) Por mucho que se divida un imán, magnético.



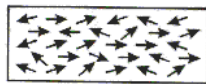
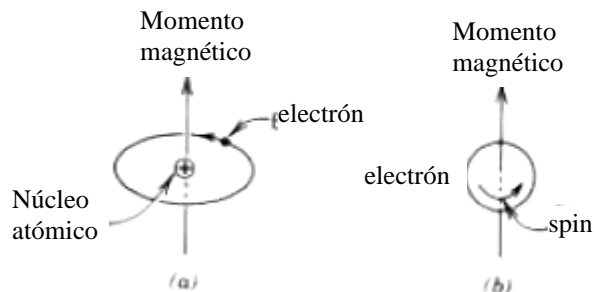
**CONSERVATIVO**

no se puede aislar un polo

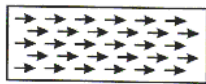
**2.2.-Las cargas en movimiento como origen del campo magnético: experiencia de Öersted.**

El origen del campo magnético está en el movimiento de las cargas. Toda carga en movimiento genera a su alrededor además de un campo eléctrico, un campo magnético.

Si profundizamos en el interior de la materia, llegaríamos al nivel de los átomos (a) y, mirando bien en el átomo, llegaremos a la conclusión de que el magnetismo reside en el movimiento de las cargas (electrones).



Al giro del electrón sobre sí mismo se le denomina spín.(b)

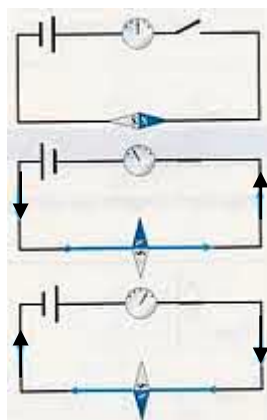


A veces los spines electrónicos se compensan entre sí (entonces no generan campo magnético) y otras no se compensan (entonces generan un campo magnético) o bien pueden alinearse con un campo magnético exterior.

Estudiaremos el magnetismo a partir de cargas en movimiento.

- (1) Carga en reposo       $E \neq 0$ ;  $B = 0$  (Hay campo eléctrico y no hay campo magnético). Sólo existen fenómenos llamados electrostáticos.
- (2) Carga en movimiento:  $E \neq 0$ ;  $B \neq 0$ . Si la carga está en movimiento aparece una propiedad nueva, el electromagnetismo: la carga acelerada se comporta como una antena emisora de energía en forma de ondas electromagnéticas.

**Experiencia de Öersted:** En el siglo XIX Öersted realizó un experimento con el cual descubrió que la corriente eléctrica creaba magnetismo.

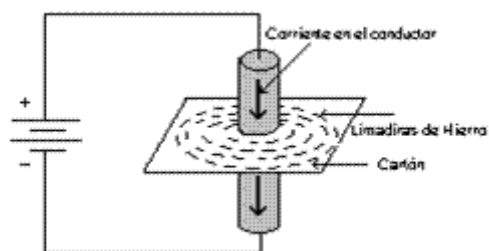


Al acercar una brújula al circuito, sucede lo siguiente:

Si el galvanómetro indica paso de corriente, la brújula se reorienta en un sentido. Si se cambiaba el sentido de la corriente, la brújula se reorienta en sentido contrario al anterior. Si el galvanómetro no indica paso de corriente, la brújula no se mueve.

Conclusión: El campo magnético de la brújula interacciona con la corriente eléctrica. La corriente eléctrica crea un campo magnético (magnetismo) y éste interaccionaba con la brújula.

Un conductor recorrido por una corriente es análogo a un imán. El origen del magnetismo está en el movimiento de las cargas en el interior del conductor.



En la figura se observa cómo un conductor recorrido por una corriente crea a su alrededor un campo magnético que orienta las limaduras de hierro colocadas sobre un cartón perpendicular al circuito.

### Justificación del carácter relativo del campo magnético.

El campo magnético depende del sistema de referencia elegido. Hemos visto que si la carga está parada, no se crea un campo magnético, y si la carga está en movimiento, aparece un campo magnético. Pero como el movimiento de la carga es relativo al sistema de referencia elegido, el campo magnético se crea en dicho sistema de referencia.

El campo magnético es relativo al sistema de referencia respecto al cual se estudia el movimiento de cargas.

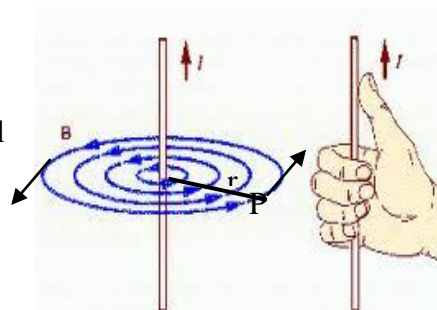
### 2.3.- Campo magnético creado por una corriente eléctrica rectilínea indefinida. Ley de Biot y Savart.

Estos dos científicos se dieron cuenta experimentalmente de que el campo magnético  $B$  era directamente proporcional a la intensidad de la corriente eléctrica e inversamente proporcional a la distancia  $r$ .

$$B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} \text{ (Ley de Biot y Savart en un punto P)}$$

El campo magnético es siempre tangente en el punto  $P$  a la línea de campo con centro en el conductor.

El sentido del vector campo nos viene dado por la regla de la mano derecha.



### El campo magnético depende del medio

$\mu$ : permeabilidad magnética absoluta

$\mu_0$ : permeabilidad magnética del vacío =  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Teslas·m/A (normalmente y salvo que se indique lo contrario es la que usaremos).

$\mu_r$ : permeabilidad magnética relativa (sin dimensiones);  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$

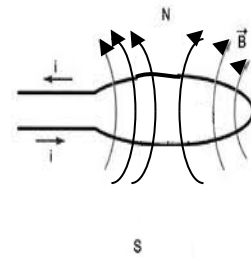
Para representar el sentido de las corrientes eléctricas que crean el campo magnético utilizaremos la siguiente nomenclatura:

- ⊙ sale corriente (I)
- ⊗ entra corriente (I)

**2.4.- Campo creado por una espira circular**

Si aplicamos la ley de Biot y Savart para calcular B en el **centro** de la espira circular, se tiene:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 R}$$



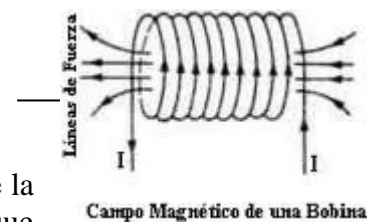
En la regla de la mano derecha, ahora I viene dada por la dirección envolvente de los dedos y B por el pulgar.

**2.5.- Campo magnético creado por un solenoide.**

Considerando un solenoide de N espiras, el campo magnético en el interior del solenoide depende del medio ( $\mu$ ), de la intensidad de corriente (I) y del número de espiras por unidad de longitud (n) y viene dado por:

$$B = \mu \cdot n \cdot I = \mu \frac{N}{L} I \quad n = \frac{N}{L}$$

n=nº de espiras por unidad de longitud



Si la intensidad circula en el sentido de cerrar los dedos de la mano derecha, el campo B vendrá dado por el lugar hacia el que señale el pulgar.

El campo B en el interior del solenoide no depende de su diámetro ni de su longitud sino de la concentración de espiras a lo largo del mismo.

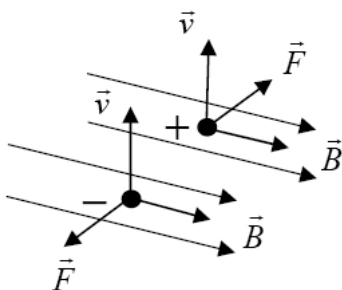
**2.6.- Fuerzas sobre cargas móviles situadas en campos magnéticos. Ley de Lorentz. Aplicación al estudio del movimiento de cargas eléctricas en campos magnéticos uniformes. Definición de amperio.**

**a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento. Ley de Lorentz.**

El campo magnético interacciona con la carga eléctrica en movimiento .

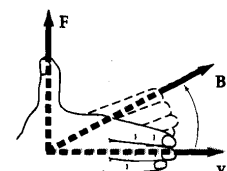
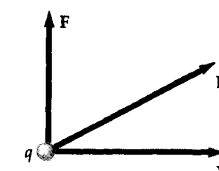
Experimentalmente se ve que hay una fuerza que forma un ángulo de 90º con el plano definido por v y B.

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{Ley de Lorentz simple.}$$



La dirección y sentido de la fuerza magnética nos viene dado por la regla del tornillo:

Si hacemos coincidir el giro de un tornillo con el giro de  $\vec{v}$  buscando a  $\vec{B}$ , por el camino más corto, la dirección y el sentido de avance del tornillo coincidiría con el del producto vectorial  $(\vec{v} \times \vec{B})$ .

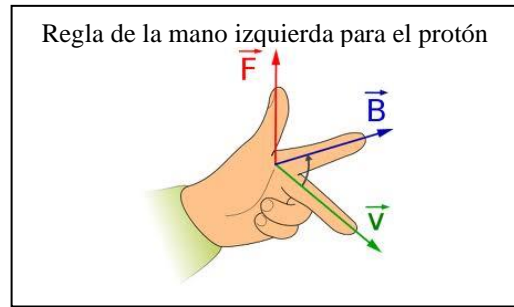
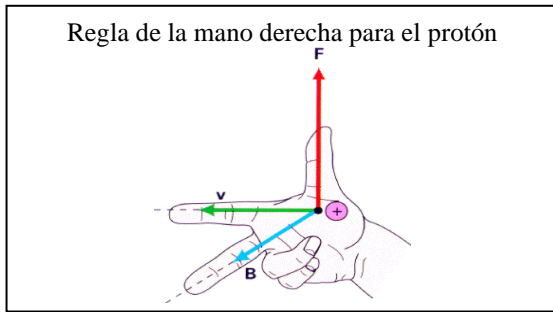


(a)

(b)



Además de la regla del tornillo, también se puede seguir la regla de la mano derecha o la regla de la mano izquierda, que para una partícula positiva sería:



Si queremos conocer la dirección y sentido de la fuerza magnética sobre una carga negativa, nos valdría la representación de  $\mathbf{F}$  en el dibujo de la mano derecha y el de la mano izquierda para el protón pero cambiando el vector  $\mathbf{v}$  por el vector  $\mathbf{B}$  y viceversa.

Si se trata de un neutrón ( $q=0$ ),  $F_{mg}=0$

Nota: la carga se pone con su signo en la fórmula vectorial.

$$q_p = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_n = 0$$

$$q_e = - 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

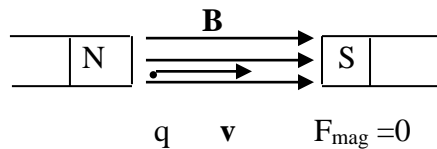
Análisis de la fórmula de Lorentz:

$$\mathbf{F}_{mag} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{en módulo: } F = q v B \text{ sen}\theta$$

$$1) (F_{mag})_{max} \longrightarrow \text{sen}\theta = 1 \longrightarrow \theta = 90^\circ \longrightarrow \mathbf{v} \perp \mathbf{B} \longrightarrow F_{m\acute{a}x}$$

$$\boxed{F_{max} = qvB}$$

$$2) F_{mag}=0 \longrightarrow \text{sen}\theta = 0 \longrightarrow \theta = 0^\circ \longrightarrow \mathbf{v} // \mathbf{B} \longrightarrow F_{mag} = 0$$



Cuando la carga penetra paralelamente al campo, éste no actúa sobre ella.

El campo magnético puede definirse basándose en la ley de Lorentz.

Se parte del módulo de la ley de Lorentz y se le quita todo lo accesorio.

$$\mathbf{F}_{mag} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) ; F = q v B \text{ sen}\theta$$

$$\mathbf{v} \perp \mathbf{B} \longrightarrow \text{sen}\theta = 1 \quad F_{max} = q v B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{B} = \frac{F_{\max}}{q \cdot v} \text{ (C. magnético)} \\ \mathbf{E} = \frac{F}{q'} \text{ (C. eléctrico)} \end{array} \right.$$

Viendo estos dos conceptos, se observa que hay un paralelismo y que el campo eléctrico y el campo magnético son creados por la misma magnitud física, que es la carga.

Las unidades de B en el S.I. son  $1\text{N} / 1\text{C} \cdot 1\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 1$  **Tesla**.

Se dice que se tiene un campo magnético de 1 Tesla cuando al penetrar en el campo una carga de 1 C con una velocidad de 1 m/s, perpendicular al campo, éste actúa sobre ella con una fuerza de 1 N.

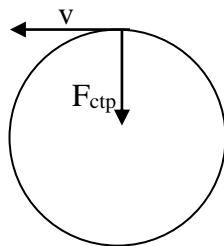
- Campo magnético
  - Inducción magnética
  - Densidad de flujo magnético
  - Intensidad de campo magnético
- } B

La fórmula de Lorentz generalizada (o completa) se da cuando se tiene una distribución de cargas en movimiento, como la que crea el campo magnético B. Entonces, sobre la carga q' que penetra, además de actuar una fuerza magnética, también aparece una fuerza eléctrica.

$$\mathbf{F}_{\text{electromagnética}} = q [\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})] \quad \text{fórmula de Lorentz generalizada}$$

b) **Movimiento de cargas en un campo magnético uniforme.**

Recordaremos los aspectos dinámicos del movimiento circular uniforme.



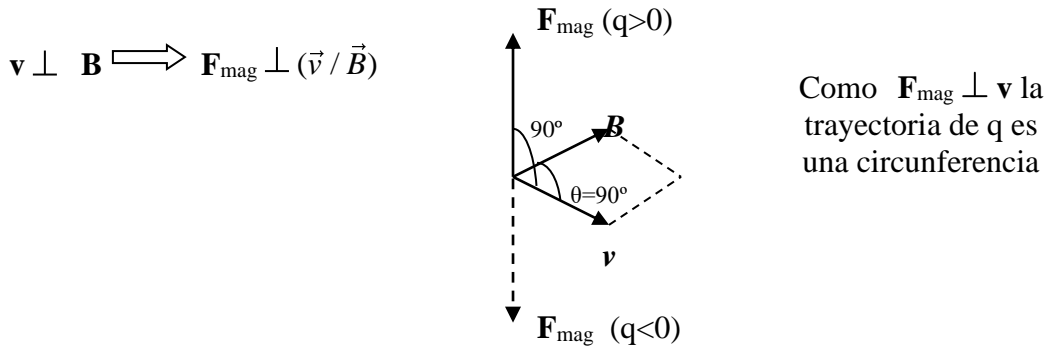
Cuando un cuerpo describe un movimiento circular uniforme, esto es debido a que hay una fuerza que produce este movimiento, llamada fuerza centrípeta.

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \quad a_t = \alpha \cdot r \quad (\alpha=0); \quad a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{m.c.uniforme } (\omega=\text{cte})$$

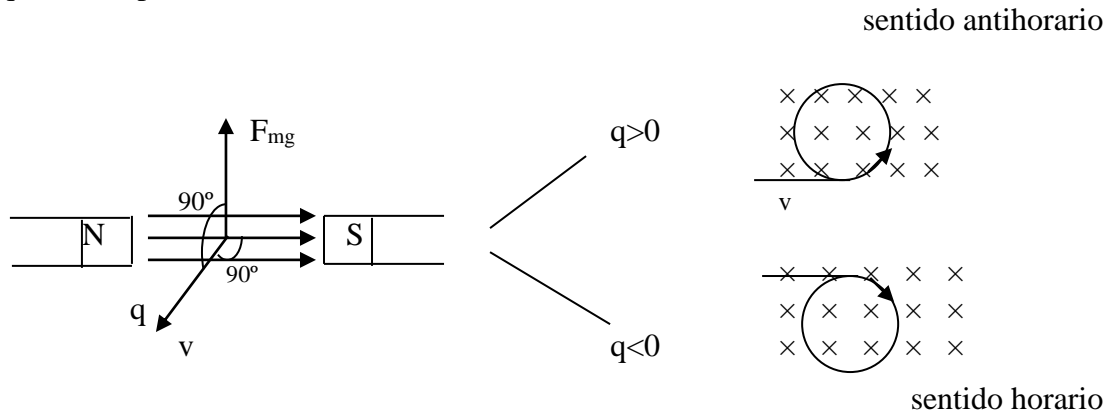
v :  $|v|=\text{cte}$  ; sentido  $\neq$  cte.

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n = \mathbf{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n} \quad \mathbf{F}_{\text{ctp}} = m \cdot \mathbf{a}_n \quad \mathbf{F}_{\text{ctp}} \perp \mathbf{v} \quad \text{la trayectoria es una circunferencia.}$$

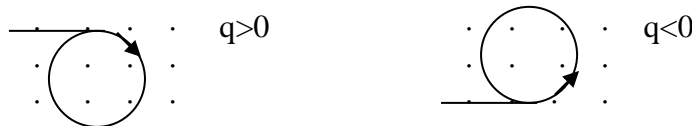
Basándonos en esto, tenemos lo siguiente: cuando una partícula cargada penetra con una velocidad  $v$  perpendicularmente a un campo magnético uniforme  $B$ , la partícula siempre describe la trayectoria de una circunferencia, con movimiento circular uniforme.



Si la partícula tiene carga positiva, el sentido de recorrido de la circunferencia es antihorario. Si la partícula es negativa, el sentido de recorrido de la circunferencia es horario, siempre que el campo  $B$  sea entrante.

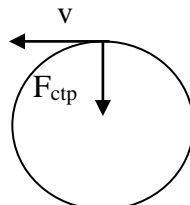


Nota: Si el campo es saliente es al revés.



Nos queda por calcular el radio de la trayectoria, la velocidad circular y lineal en la trayectoria, el período y la frecuencia de ese movimiento (m.c.u.)

mcu ( $\omega = \text{cte}$ )  $v \perp B \implies v \perp F_{\text{mag}} \implies$  trayectoria circunferencia

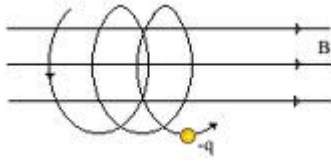


La fuerza magnética de Lorentz crea y suministra la fuerza centrípeta necesaria para que la partícula cargada describa una trayectoria circular.

$$F_{\text{ctp}} = m_{\text{partícula}} \cdot a_n = m_p \frac{v^2}{r} = m_p \omega^2 r = m_p \frac{4\pi^2}{T^2} r = m_p 4\pi^2 f^2 r$$

$$\mathbf{F}_{\text{mag}} = q \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} \quad (\mathbf{v} \perp \mathbf{B} ; \text{sen}\theta=1)$$

$\mathbf{F}_{\text{mag}} = \mathbf{F}_{\text{ctp}}$  (Si  $\mathbf{v}$  no es  $\perp \mathbf{B}$   $\implies$  la trayectoria es una hélice).



$\mathbf{v}$  forma cualquier otro ángulo con  $\mathbf{B}$ .

**r:**  $\mathbf{F}_{\text{mag}} = \mathbf{F}_{\text{ctp}} ; qvB = m_p \frac{v^2}{r} ; \quad \boxed{r = \frac{m_p v}{qB}}$

**$\omega$ :**  $v = \omega \cdot r ; \omega = \frac{v}{r} ; q\omega r B = m_p \omega^2 r ; \quad \boxed{\omega = \frac{qB}{m_p}}$

**T:**  $\omega = \frac{2\pi}{T} ; \quad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$

**v:**  $q \cdot v \cdot B = m_p \frac{v^2}{r} ; \quad \boxed{v = \frac{qBr}{m_p}}$

**f:**  $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

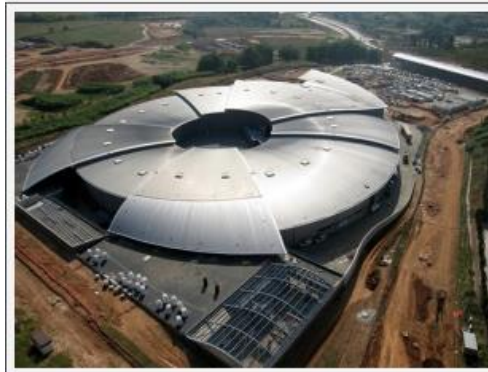
Si la partícula no tiene carga (caso del neutrón), ésta no describe una circunferencia, sino que pasa de largo.

### Aplicaciones de la ley de Lorentz

- (1) Espectrómetro de masas. Se basa en que una partícula cargada, al penetrar perpendicularmente en un campo magnético constante, describe una circunferencia, y esto se utiliza para calcular masas de partículas, cargas de partículas y el radio de la trayectoria que éstas describen.



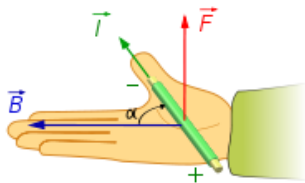
(2) Aceleradores de partículas no lineales, como el ciclotrón, sincrotrón, betatrón,..etc.



Instalaciones del Sincrotrón ALBA.

c) **Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea (Acción de un campo magnético sobre un elemento de corriente)**

Veremos seguidamente que acción ejerce un campo magnético **B** sobre un elemento de corriente (cable por el que circula una corriente).



**I** : es la longitud del cable, dándole carácter vectorial. El sentido de **I** es el sentido de la corriente eléctrica.

Cuando una corriente eléctrica penetra en un campo magnético, el campo magnético ejerce una fuerza sobre ésta que viene dada por 1ª ley de Laplace.

Se trata de demostrar la siguiente fórmula:

$$\boxed{\mathbf{F}_{\text{mag}} = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})}$$
 Ley de Laplace del magnetismo.

El campo magnético interacciona con las cargas eléctricas en movimiento de la corriente eléctrica ( $I \neq 0$ )

Demostración:

$$\mathbf{F} = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

$$v = \text{cte} ; \quad v = \frac{r}{t} = \frac{l}{t} ; \quad l = v \cdot t$$

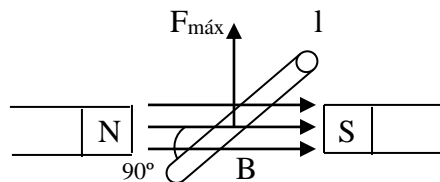
$$I = \frac{q}{t} ; \quad q = I \cdot t$$

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = I \cdot t(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = I(\mathbf{v} \cdot t \times \mathbf{B}) = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

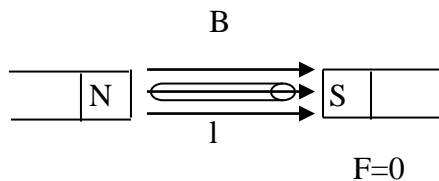
Análisis de la fórmula:

$$\mathbf{F} = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B}); \quad \text{módulo:} \quad F = I \cdot l \cdot B \sin \theta$$

$$(1) (F_{\text{mag}})_{\text{máx}} \implies \sin \theta = 1 ; \quad \theta = 90^\circ \implies \mathbf{l} \perp \mathbf{B}$$



(2)  $F_{\text{mag}} = 0 \implies \sin\theta = 0 ; \theta = 0^\circ \implies \mathbf{I} \parallel \mathbf{B}$

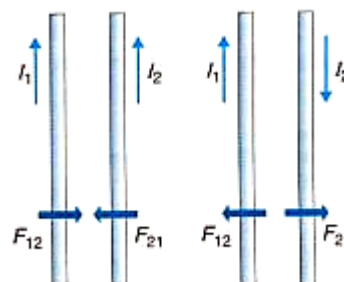


(3)  $F_{\text{mag}} \neq 0$  si  $\sin\theta$  está comprendido entre 0 y 1.

**d) Fuerza magnética entre dos corrientes rectilíneas indefinidas. (Definición internacional de Amperio).**

Se sabe por el experimento de Öersted que una corriente eléctrica crea un campo magnético. La conclusión que se saca es que la corriente eléctrica crea el magnetismo.

Basándose en esto, los científicos de la época y, sobre todo, Ampère, estudiaron el comportamiento de dos conductores rectilíneos y paralelos separados por una distancia  $r$  y por los que circulaban corrientes eléctricas. Se dieron cuenta que en estas condiciones se producía una interacción (fuerza) entre los conductores. Cuando por uno de los conductores dejaba de circular la corriente, desaparecía la interacción.

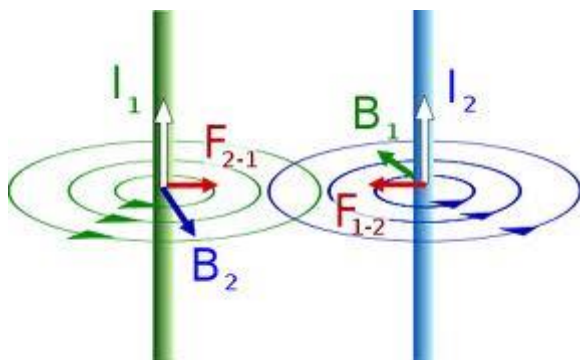


Comprobaron experimentalmente que cuando las corrientes tenían el mismo sentido, la fuerza era atractiva y cuando tenían sentido contrario, la fuerza era repulsiva.

Se trata de demostrar la siguiente fórmula general, que es válida para los dos casos:

$$F = \frac{\mu}{2\pi} I_1 I_2 \frac{l}{r}$$

Vamos a verlo para dos corrientes del mismo sentido:



$I_1$  crea  $\vec{B}_1 = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r} \vec{u}_1$ ; fuerza que ejerce  $\mathbf{B}_1$  sobre el conductor 2:  $\mathbf{F}_{1,2} = I_2 \cdot (\mathbf{I} \times \mathbf{B}_1)$ .

En módulo:  $F_{1,2} = I_2 \cdot l \cdot B_1$ , ya que  $\mathbf{I}$  y  $\mathbf{B}$  son perpendiculares y el seno del ángulo que forman vale 1.

$I_2$  crea  $\vec{B}_2 = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{r} \vec{u}_2$ ; fuerza que ejerce  $\mathbf{B}_2$  sobre el conductor 1:  $\mathbf{F}_{2,1} = I_1 \cdot (\mathbf{I} \times \mathbf{B}_2)$

En módulo:  $F_{2,1} = I_1 \cdot l \cdot B_2$  ya que  $l$  es perpendicular a  $B_2$   $\sin\theta=1$ )

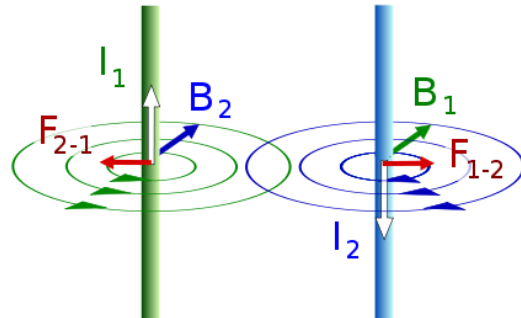
Basándonos en la 3ª ley de Newton (“a toda acción se opone una reacción igual y de sentido contrario”), se tiene que:

$$F = F_{1,2} = F_{2,1} \quad F = F_{1,2} = I_2 \cdot l \cdot B_1 = I_2 \cdot l \cdot \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot I_1 I_2 \frac{l}{r} \quad \boxed{F = \frac{\mu}{2\pi} \cdot I_1 I_2 \frac{l}{r}}$$

Como los conductores son de longitud indefinida, entonces lo que suele pedirse en los problemas es la fuerza por unidad de longitud.  $\boxed{\frac{F}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r}}$  Unidades en S.I. (N/m)

En el caso de que las corrientes tuviesen sentido contrario, el dibujo sería el siguiente:

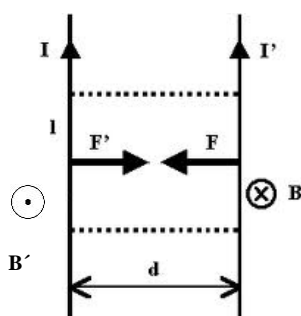
Y las fuerzas serían de repulsión.



Definición internacional de amperio  
(definición de intensidad de corriente en el sistema internacional)

Basándose en la fuerza que se ejercen dos corrientes rectilíneas e indefinidas, se define el amperio patrón o amperio absoluto.

El amperio absoluto se define a partir de la fuerza entre dos corrientes rectilíneas por las que circulan las intensidades  $I_1$  e  $I_2$  separadas por la distancia  $d$ .



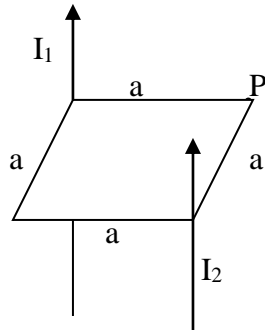
$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1A \cdot 1A}{1m} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$$

Amperio absoluto: el amperio absoluto es la intensidad de corriente que, circulando por dos conductores paralelos e indefinidos separados por una distancia de 1 m en el vacío, produce sobre cada conductor una fuerza por unidad de longitud de  $2 \cdot 10^{-7}$  N/m.

$$I = \frac{q}{t} \quad \frac{1C}{1s} = 1A$$

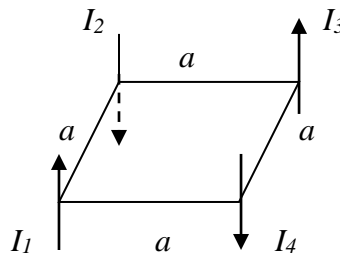
## CUESTIONES Y PROBLEMAS-2

15.- Calcula el campo magnético  $B$  en el punto  $P$ .



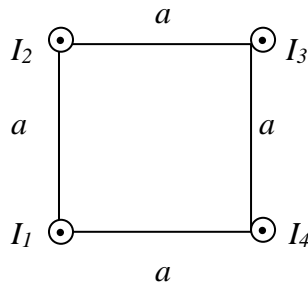
Nota: El campo magnético  $\mathbf{B}$  en un punto es tangente a las líneas de campo magnético (circunferencia) en ese punto. Las líneas de campo magnético de una corriente rectilínea indefinida son circunferencias concéntricas.

16.- Dado el siguiente diagrama con sus cables correspondientes y sus intensidades como se indican, calcula el campo magnético en el centro del cuadrado.



$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4$$

17.- Dado el siguiente diagrama de corrientes eléctricas paralelas con sus sentidos indicados por el punto dentro del círculo, calcula el campo magnético  $B$  en el centro del cuadrado.



$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4$$

18.- Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico uniforme con una velocidad perpendicular al campo.

- a) Describe la trayectoria seguida por la partícula y explica cómo cambia su energía.
- b) Repite el apartado anterior si en vez de un campo eléctrico se tratara de un campo magnético.

19.- Calcula la fuerza magnética que un campo magnético  $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + \mathbf{k}$  (T) ejerce sobre una carga  $q'$  de  $10\mu\text{C}$  cuando ésta penetra en él con una velocidad  $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$  (m/s).

20.- Una carga de  $1\mu\text{C}$  penetra con una velocidad de  $2\text{m/s}$  en un campo magnético  $B = 10^{-3}\text{ T}$  formando un ángulo de  $30^\circ$  con él. Calcula:

- a) Fuerza magnética que el campo ejerce sobre la carga en esas condiciones
- b) ¿Cómo debe penetrar la carga en el campo para que la fuerza sea máxima? ¿Cuánto vale esta fuerza?
- c) ¿Cómo debe penetrar la carga en el campo para que éste no actúe sobre ella?



21.- Se tiene un hilo conductor de longitud 5 m cuya orientación en el espacio viene dada por el eje  $x$  positivas. Por el hilo conductor circula una corriente de 5 A en el sentido de las  $x$  positivas. Calcular la fuerza magnética ejercida por un campo magnético  $\mathbf{B}=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}+\mathbf{k}$  (T) sobre el hilo conductor y calcular el módulo de esta fuerza.

22.- Calcula la fuerza ejercida en un conductor de 20 cm de largo por el que circula una corriente de 4A si forma con el campo de inducción magnética  $B=2\cdot 10^{-4}$  T los siguientes ángulos:

a)  $\theta=30^\circ$  b)  $\theta=90^\circ$  c)  $\theta=0^\circ$

d) ¿Cómo tiene que estar el conductor en el interior del campo magnético para que éste no ejerza fuerza sobre él?

23.- Se tiene una carga  $q$  que penetra con una velocidad  $v$  en una zona donde existe un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y un campo magnético  $\mathbf{B}$ . Dibuja la orientación del campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y el campo magnético  $\mathbf{B}$  para que la carga  $q$  siga en línea recta sin desviarse. Hacerlo para el electrón, el protón y el neutrón.

24.- Un electrón que se mueve horizontalmente hacia la derecha con una energía cinética de 100 eV penetra en una región en la que existe un campo eléctrico de intensidad  $E=100\text{V/cm}$  dirigido verticalmente hacia abajo

a) Calcula el módulo y la dirección del campo magnético que hay que aplicar para que el electrón mantenga su trayectoria horizontal

b) Repite el apartado anterior si, en lugar de un electrón, se tratara de un protón o de un neutrón.

Datos: :  $m_e=9,11\cdot 10^{-31}\text{kg}$ ;  $q_e=1,602\cdot 10^{-19}\text{C}$ ;  $m_p=1,7\cdot 10^{-27}\text{kg}$

25.- Dos conductores rectilíneos y paralelos de gran longitud están separados en el aire 10 cm y están recorridos por 6A y 4A. Calcular:

a) El campo magnético creado por la corriente de 6A a la distancia de 10 cm

b) Fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor en los siguientes casos:

- Si las corrientes tienen el mismo sentido

- Si tienen sentido contrario.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

26.- Un electrón penetra perpendicularmente a un campo magnético uniforme que vale  $B=2\cdot 10^{-4}$  T a la velocidad  $v=5\cdot 10^4$  m/s. Si el electrón no choca en su recorrido con ninguna partícula, calcular:

a) Fuerza centrípeta necesaria para que la partícula cargada describa su trayectoria. ¿Qué tipo de trayectoria describe? Razona-Comenta:

b) Fuerza ejercida por el campo sobre el electrón (Fuerza de Lorentz)

c) Radio de la trayectoria y velocidad circular

d) Periodo de revolución y aceleración centrípeta.

Datos: :  $m_e=9,11\cdot 10^{-31}\text{kg}$ ;  $q_e=1,602\cdot 10^{-19}\text{C}$

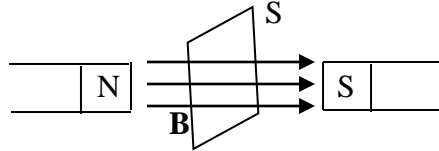
27.- Un ión de litio ( $\text{Li}^+$ ) tiene una masa de  $1,26\cdot 10^{-26}$  kg. Se acelera mediante una ddp de 400 V y entra perpendicularmente a un campo magnético  $B$  de 0,6 T. Calcular el radio de su trayectoria dentro del campo magnético.

Dato: :  $q_e=1,602\cdot 10^{-19}\text{C}$

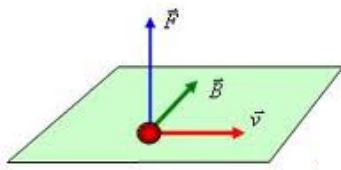
### 3. INDUCCIÓN MAGNÉTICA

#### 3.1 -Flujo magnético. Producción de corrientes alternas mediante variaciones de flujo magnético. Introducción elemental del concepto de flujo magnético.

Se tiene un campo magnético cuyas líneas de inducción son las siguientes:



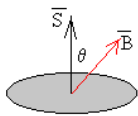
Se define el flujo magnético,  $\Phi_m$ , como el número de líneas de campo que atraviesan una superficie.



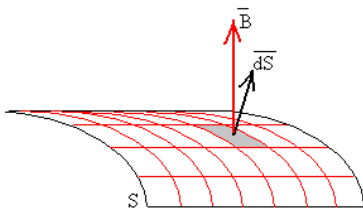
Las líneas de campo o de inducción magnética están en el plano formado por  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{v}$ , y la fuerza es perpendicular a él.

Se define el flujo elemental como el producto escalar del campo magnético por el elemento de superficie tomado vectorialmente.

$$d\Phi_m = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \cdot ds \cdot \cos \theta$$



ds: elemento de superficie tomado vectorialmente



Consideramos el caso de un campo magnético constante ( $B = \text{cte}$ )

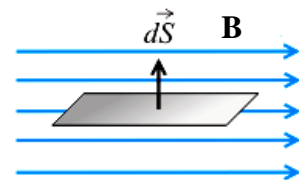
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot ds \cdot \cos \theta = B \int_S ds \cos \theta = B \cos \theta \int_S ds = B S \cos \theta; \quad \boxed{\Phi_m = B \cdot S \cos \theta}$$

Unidades S.I. del  $\Phi$  : weber ( $\text{Wb} = 1\text{T} \cdot 1\text{m}^2$ )

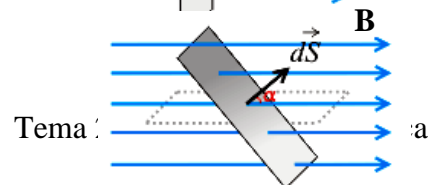
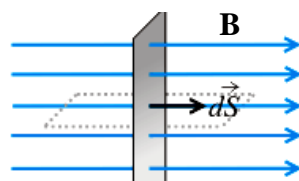
Weber: es el flujo magnético originado por un campo magnético de 1T cuyas líneas de campo atraviesan perpendicularmente una superficie de  $1\text{m}^2$ .

Análisis de la fórmula:  $\Phi = B \cdot S \cos \theta$

1)  $\Phi_{\text{mín}} (\Phi = 0) \longrightarrow \cos \theta = 0 ; \theta = 90^\circ ; B \perp S$   
( $B \parallel$  superficie)



2)  $\Phi_{\text{máx}} \longrightarrow \cos \theta = 1 ; \theta = 0^\circ ; B \parallel s$   
( $B \perp$  superficie)



3)  $\Phi = B S \cos \theta$ ; en el resto de situaciones, cuando  $\cos \theta$  está comprendido entre 0 y 1.

**Fenómenos de inducción electromagnética: Introducción fenomenológica.**

Anteriormente hemos visto que una corriente eléctrica creaba magnetismo (experimento de Öersted).

$$\left. \begin{array}{l} I=0 \rightarrow B=0 \\ I=\text{cte} \rightarrow B=\text{cte} \\ I \text{ variable} \rightarrow B \text{ variable} \end{array} \right\} B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi r} \quad \text{Ley de Biot y Savart}$$

Michael Faraday en Inglaterra y Joseph Henry en Norteamérica se plantearon si el proceso contrario podía ser cierto: “¿El magnetismo puede crear electricidad?”

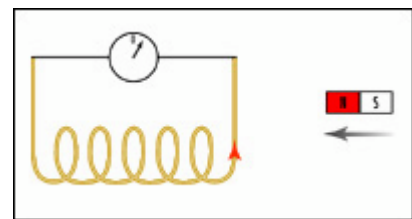
Michael Faraday interpretó y explicó completamente el fenómeno. Fue el primer científico que introdujo el concepto de campo de fuerzas acompañado por el concepto de líneas de campo para dar explicación a los fenómenos que descubrió. Asimismo, introdujo el concepto de flujo magnético para poder explicar los fenómenos de inducción electromagnética y su ley.

Hay experiencias con las que se puede demostrar que si hay cambios de flujo magnético habrá corriente eléctrica inducida:

$$\begin{array}{l} \mathbf{B}_{\text{fijo}} \neq 0 \implies \mathbf{E} = 0 \quad (\text{no se crea corriente eléctrica}) \\ \mathbf{B}_{\text{variable}} \implies \mathbf{E} \neq 0 \quad (\text{corriente eléctrica}) \end{array}$$

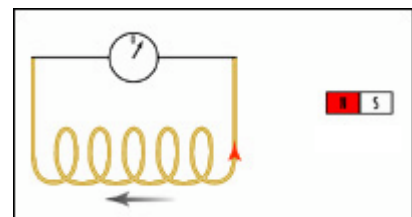
1er Experimento: Circuito fijo e imán móvil.

Se produce una corriente eléctrica inducida en el circuito fijo cuando movemos un imán en sus inmediaciones. Lo mismo sucede si se aproxima o se aleja el polo sur. **B** es el inductor y el circuito es el inducido.



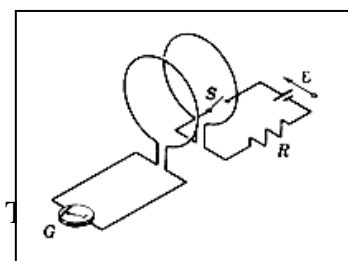
2er Experimento: Circuito móvil e imán fijo.

Se produce una corriente eléctrica inducida y una fem inducida cuando existe un movimiento relativo entre el imán y el circuito. Uno de los dos tiene que estar en movimiento para que se produzca la corriente inducida y la fem inducida.



3er Experimento: No hay imán. (No hay B)

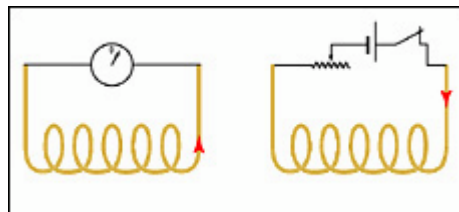
Se parte de dos circuitos: uno con pila y otro sin pila, y próximos.



El movimiento relativo de los circuitos crea una corriente inducida en el circuito que no tiene pila y una fem inducida. Si el primer circuito está quieto (B fijo) y se mueve el segundo (el que no tiene pila), se crea también una corriente inducida y una fem inducida.

4º Experimento: Circuito con resistencia variable.

Se ve que es algo más profundo que el movimiento relativo de los circuitos lo que produce las corrientes inducidas y las fem inducidas. El B variable en el circuito de la derecha crea en el de la izquierda la corriente inducida y la fem inducida.

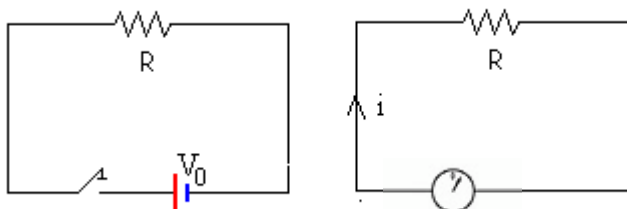


5º Experimento: Cambio de permeabilidad magnética  $\mu$  del medio donde se encuentren los circuitos.

Si de un medio se pasa a otro medio, mientras dura el cambio, el galvanómetro indica paso de corriente.

Conclusión: Que un B variable produce una corriente inducida y una fem inducida en el otro circuito.

6º Experimento: Extracorrente de apertura y extracorrente de cierre.



$I = 0$  (abierto)

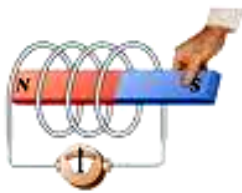
Cuando se cierra el interruptor y pasa corriente por el primer circuito se produce una corriente instantánea inducida en el segundo, como consecuencia de la variación de flujo magnético. Igual ocurre cuando se abre el interruptor y cesa el paso de corriente, se produce otra variación y el segundo circuito vuelve a registrar paso de corriente.

Conclusión: Faraday afinó aún más y vio que lo que producía realmente las corrientes inducidas en última instancia y como resumen de todo lo visto, era que una variación de flujo magnético distinta de 0 era el causante de la corriente inducida y la fem inducida.

### 3.2 Inducción electromagnética. Importancia de su producción e impacto medioambiental.

a) Ley de Faraday-Lenz. Fuerza electromotriz inducida y variación del flujo magnético.

“La fuerza electromotriz inducida instantánea en un circuito o en una serie de circuitos es directamente proporcional al opuesto de la derivada del flujo magnético respecto al tiempo (cambio de flujo magnético a lo largo del tiempo)”.



$$(\varepsilon_{ind})_{inst} = -\frac{d\phi}{dt}; \quad \text{si hay N circuitos: } (\varepsilon_{ind})_{inst} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

Análisis de la fórmula:  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$

$$\frac{d\phi}{dt} = 0 \rightarrow \phi = \text{cte} \rightarrow I_{ind} = 0; \quad \varepsilon_{ind} = 0$$

$$\frac{d\phi}{dt} \neq 0 \rightarrow \phi \text{ variable} \rightarrow I_{ind} \neq 0; \quad \varepsilon_{ind} \neq 0$$

Por tanto, lo que produce las corrientes inducidas y las fem inducidas son las variaciones de flujo magnético a lo largo del tiempo.

Vamos a ver la ley de Faraday-Lenz de dos maneras:

Forma diferencial:

$$d\Phi \neq 0; \quad \Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Modificaciones de flujo debidas a:

- 1) variaciones de B:  $dB \neq 0$
- 2) variaciones de s:  $dS \neq 0$   
(deformación del circuito)
- 3) variaciones de  $\theta$ :  $d\theta \neq 0$
- 4) variaciones todo:  $d\phi \neq 0$

$$(\varepsilon_{ind})_{inst} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi \text{ variable}; \quad d\phi \neq 0; \quad \frac{d\phi}{dt} \neq 0;$$

$$I_{ind} \neq 0; \quad \varepsilon_{ind} \neq 0$$

Forma de incrementos finitos:

$$\Delta\Phi \neq 0; \quad \Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

Modificaciones de flujo debidas a:

- 1) variaciones de B:  $\Delta B = B_2 - B_1 \neq 0$
- 2) variaciones de s:  $\Delta S = S_2 - S_1 \neq 0$   
(deformación del circuito)
- 3) variaciones de  $\theta$ :  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \neq 0$
- 4) variaciones todo:  $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \neq 0$

$$\phi_1 = B_1 \cdot s_1 \cdot \cos\theta_1 \text{ y } \phi_2 = B_2 \cdot s_2 \cdot \cos\theta_2$$

$$(\text{valor medio de } \varepsilon_{ind}) \quad \varepsilon_{ind} = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \frac{\phi_2 - \phi_1}{t_2 - t_1}$$

$$\phi \text{ variable}; \quad \Delta\phi \neq 0; \quad \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \neq 0;$$

$$I_{ind} \neq 0; \quad \varepsilon_{ind} \neq 0$$

La ley de Lenz nos da una explicación del signo negativo de la fórmula: “La intensidad inducida o la fem inducida se opone siempre a la causa que la ha producido”. La ley de Lenz es una aplicación del Principio General de Conservación de la Energía y nos justifica el signo negativo de la fórmula.

Podemos calcular la intensidad de la corriente inducida:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta ; (\mathcal{E}_{ind})_{inst} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

Ley de Ohm:  $I = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad I_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R}$

Ley de Lenz: sentido de las corrientes inducidas y polaridad.

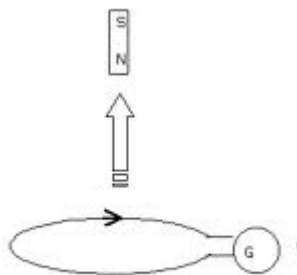
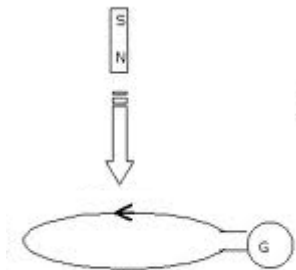
Polaridad del campo magnético creado por una corriente que circula en una espira:



La polaridad indicada puede determinarse de la siguiente forma:

Se tiene un circuito con un galvanómetro a través del cual hay un flujo de campo magnético no constante que induce una corriente eléctrica que crea un campo magnético:

Si  $\Delta\phi > 0$  o  $d\phi > 0$  (el imán se acerca).  $I_{ind}$  tiene sentido antihorario. Por el sentido negativo de la ley de Lenz, en la espira se crea una corriente inducida que tiende a contrarrestar el polo norte del imán, creando su propio polo norte para que polos de igual nombre se repelan entre sí. Luego el sentido antihorario corresponde al polo norte. Se demuestra entonces que la  $I_{ind}$  se opone (repulsión entre polos de igual nombre) a la causa que la ha producido.



Si  $\Delta\phi < 0$  o  $d\phi < 0$  (el imán se aleja).  $I_{ind}$  tiene sentido horario. Al igual que antes, por el sentido negativo de la ley de Lenz, ahora en la espira se creará el polo sur, para contrarrestar la disminución de flujo que supone el alejamiento del polo norte. Este polo sur de la espira atrae al polo norte del imán. El sentido horario de la corriente corresponde al polo sur.

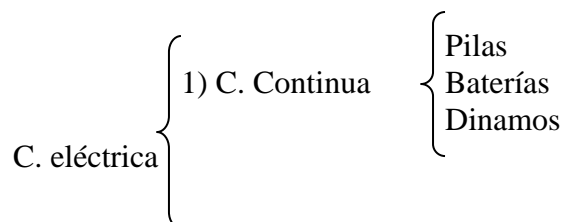
La ley de Lenz es como el principio de acción y reacción en electromagnetismo.

La regla de la mano derecha también nos permite saber los polos del campo magnético de una espira por la que circula una corriente inducida cuyo sentido conocemos.

Si el sentido de la corriente es en el que cierran los dedos de la mano, el pulgar señala el norte.



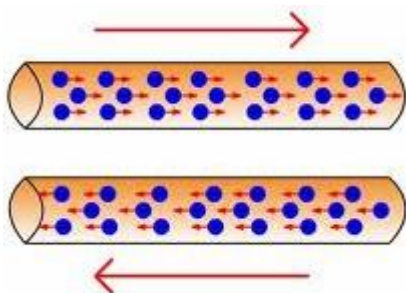
**b) Generación de corrientes alternas. Fundamento de los generadores (alternadores)**



2) C. Alterna { Alternadores

La corriente continua es aquella en la que las cargas siempre se mueven en el mismo sentido, y hay un movimiento real de cargas.

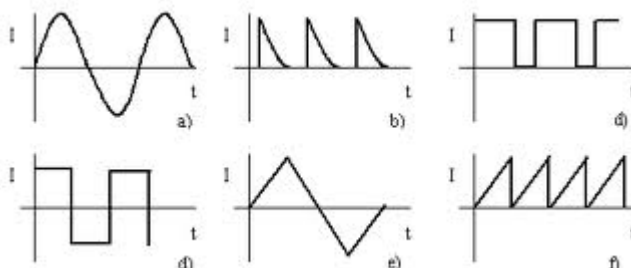
La corriente alterna es aquella que periódicamente cambia de polaridad y de sentido. En la corriente alterna no hay un movimiento real de cargas, sino que éstas vibran en sus posiciones de equilibrio, y lo que recorre los cables es energía cinética de vibración. A los generadores que producen corriente alterna se les llama alternadores.



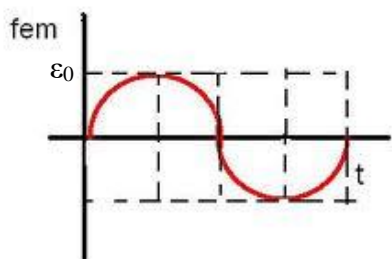
Esto es lo que recorre los cables: los electrones vibran con una frecuencia, normalmente,  $f = 50 \text{ Hz}$ . Debido a esa vibración adquieren una energía cinética:  $(E_c)_{\text{vibr}} = \frac{1}{2} m_e v_{\text{vibr}}^2$ .

Si tenemos en cuenta las energías cinéticas de todos los electrones:  $\sum (E_c)_{\text{vibr}} = \frac{1}{2} \sum m_e v_{\text{vibr}}^2$

Hay diferentes formas de c. alterna, pero la que nos interesa realmente es la corriente sinusoidal. (a)



Todas las corrientes alternas son variables con el tiempo. Los alternadores se basan en los fenómenos de inducción electromagnética de Faraday-Lenz. Una corriente sinusoidal se representa de la siguiente forma:



$$\varepsilon = \varepsilon_0 \text{sen}(\omega t).$$

Magnitudes de interés en corriente alterna:

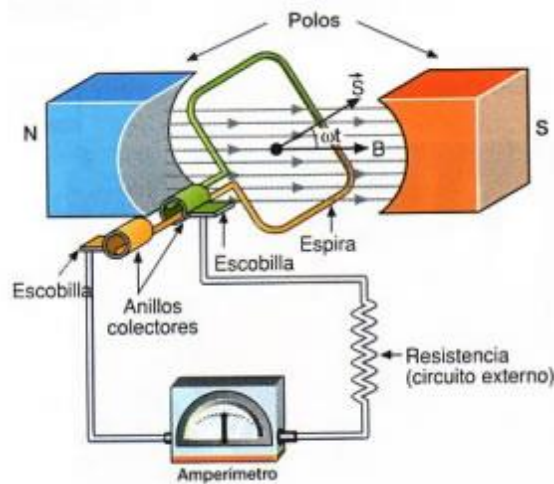
$$I = I_0 \text{sen}(\omega t) = \frac{\varepsilon}{R} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\theta}{t}$$

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt}$$

Unidades S.I.

I	Amperios (A)
$\varepsilon$	voltios (v)
$\omega$	rad/s
T	segundos (s)
$\nu$ (o f)	Hz

Hemos dicho que una aplicación importantísima de los fenómenos de inducción electromagnética era la producción de corrientes alternas. Veamos el fundamento de un alternador o generador de corriente alterna.

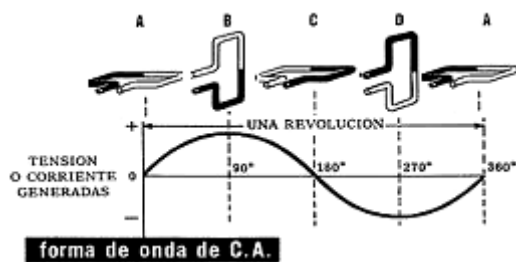


$$\omega = cte = \frac{\theta}{t} \quad \theta = \omega t$$

Un alternador consta siempre de un inductor (B) y de un inducido (circuito). La parte que está quieta del alternador se llama **estator**, y la parte que se mueve, **rotor**.

Generalmente, en la realidad, el rotor suele ser el inductor (B) y el inducido suele estar quieto (estator, que se trata del circuito), aunque aquí no se ha representado así.

De esta forma, al ir variando  $\theta$ , van sucediéndose las distintas situaciones:



Cuando el flujo a través de la espira es máximo, la fem inducida es máxima, y cuando la espira no es atravesada por ningún flujo magnético no hay fem.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

$$\phi = cte \longrightarrow I_{ind}=0 \quad \phi \text{ variable} \longrightarrow I_{ind} \neq 0$$

$$\epsilon_{ind}=0 \quad \epsilon_{ind} \neq 0$$

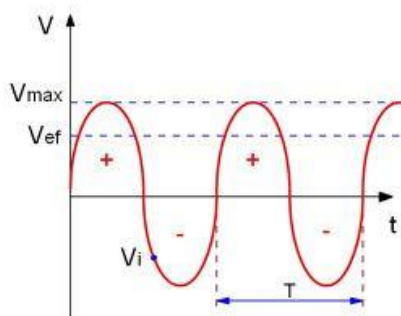
Al girar los circuitos en el interior del campo magnético, se inducen en éstos, por la ley de Faraday-Lenz una intensidad inducida y una fuerza electromotriz inducida. La fem inducida, en este caso, nos viene dada por la ley de Faraday-Lenz:

$$\epsilon_{ind} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta = B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\epsilon_{ind} = -N \frac{d(BS \cos(\omega t))}{dt} = -NBS \frac{d(\cos(\omega t))}{dt} = -(-NBS \omega \cdot \text{sen}(\omega t)) = NBS \omega \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$\epsilon_{ind} = NBS \omega \text{sen}(\omega \cdot t) = \epsilon_0 \text{sen}(\omega \cdot t)$$



En la figura llamamos  $V_{max}$  a la  $\epsilon$  máxima,  $V_{ef}$  a la  $\epsilon$  eficaz (la que tendría un generador de cc que produjera los mismos efectos en la resistencia), y  $V_i$  a un valor cualquiera de  $\epsilon$  instantánea (en un instante cualquiera).

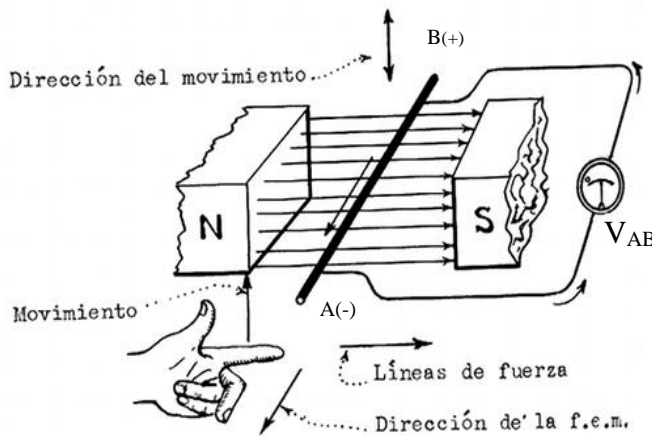
Supongamos que los circuitos tienen una resistencia R. Al aplicar la ley de Ohm se tiene:

$$I_{ind} = \frac{\epsilon_{ind}}{R} = \frac{\epsilon_0 \text{sen}(\omega t)}{R} = I_0 \text{sen}(\omega t) \quad (\text{valores instantáneos})$$

c) **Interpretación de J. Henry de la fuerza electromotriz inducida. Autoinducción**



Henry se basó para explicar esto en la ley de Lorentz. Se imaginó un conductor en el interior de un campo magnético y que se movía el conductor con una velocidad  $v$  perpendicular al campo. En estas condiciones se ve que en los extremos del conductor aparece una diferencia de potencial ( $V_{AB}$ ) y el galvanómetro indica paso de corriente.



$$F = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$\mathbf{v}$  y  $\mathbf{B}$  son perpendiculares

Los electrones se desplazan al extremo inferior por acción de la  $F_{\text{mag}}$  y se produce una acumulación de carga (-) en A y de (+) en B, creándose una  $\varepsilon$  y un  $V_{AB}$ .

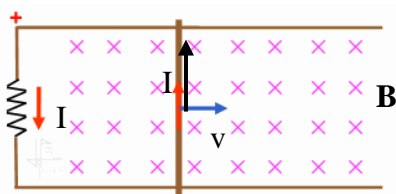
Cálculo de la fem inducida por un

conductor rectilíneo de longitud  $l$ , que se mueve a una velocidad  $v$  perpendicularmente a un campo magnético  $B$ :

$$\varepsilon = \frac{W}{q} = \frac{F \cdot l}{q} = \left[ \vec{v} \perp \vec{B}; F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90^\circ \right] = \frac{q \cdot v \cdot B \cdot l}{q} = v \cdot B \cdot l$$

$$\boxed{\varepsilon = v B l \text{ (fem inducida)}}$$

Visto desde arriba sería así:



$$\uparrow (\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\downarrow \vec{F} = q \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$\downarrow \vec{F}$  porque se ejerce sobre cargas negativas (los electrones)

d) **Transporte y uso de corrientes alternas; fundamento del transformador.**

La desventaja principal de la corriente alterna es que no puede ser almacenada como la corriente continua en pilas, baterías, etc.

Para transportar la corriente alterna desde los centros productores hay que evitar las pérdidas de energía calorífica por efecto Joule. Esto se consigue aumentando la sección,  $S$ , del cable de línea o disminuyendo la intensidad transformándola en otra de alta tensión.

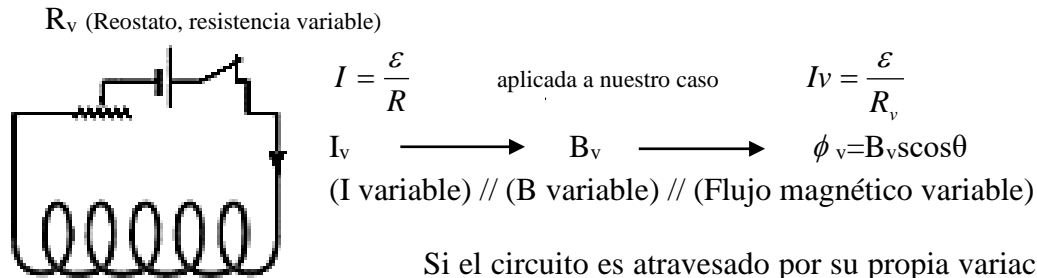
$$Q = 0,24 I^2 \cdot R \cdot t \text{ (Joule); donde } R = \rho \frac{l}{S}$$

Lo que pretendemos es hacer que la energía eléctrica viaje a intensidades bajas o muy bajas para que así se disminuyan considerablemente las pérdidas caloríficas por efecto Joule.

La modificación de la intensidad de la corriente alterna se logra por medio de los llamados transformadores.

Fundamento del transformador.

El transformador se basa en los fenómenos de inducción mutua.

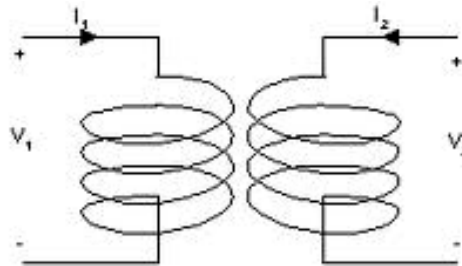


Si el circuito es atravesado por su propia variación de flujo magnético ( $\phi_v$ ), se crea una  $I_{ind}$  y  $\mathcal{E}_{ind}$ , que por ser en el propio circuito se llama  $I_{autoinducida}$  y  $\mathcal{E}_{autoinducida}$ .

$\mathcal{E}_v$  y  $\mathcal{E}_{autoind}$ ;  $I_v$  y  $I_{autoind}$  se oponen entre ellas por la ley de Lenz.

- Inducción mutua.

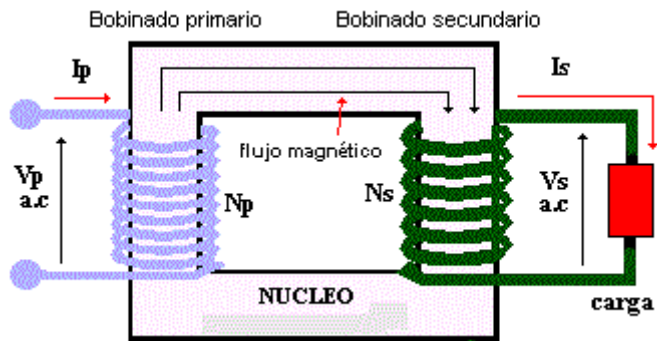
Se tienen dos circuitos con pilas y con R variable, uno en las proximidades del otro. Por los fenómenos de inducción electromagnética ya vistos, ambos circuitos se influirán mutuamente. En esta influencia mutua se basa el transformador:



Basándonos en la ley de Faraday-Lenz, estos circuitos se influyen mutuamente si están próximos. El primer circuito crea corrientes inducidas y fem inducidas en el segundo circuito y viceversa.

Los transformadores se utilizan para el transporte de la energía eléctrica (sólo de la corriente alterna). Como su nombre indica, sirven para transformar el voltaje y la intensidad de la corriente alterna. Lo que hace un transformador es, basándose en la inducción mutua, variar la tensión (voltaje) y la intensidad de una corriente alterna para así optimizar el transporte de la energía eléctrica.

Un transformador consta de un núcleo de hierro dulce laminado (se pone laminado para reducir al máximo las pérdidas caloríficas por efecto Joule, que se pueden producir si no está laminado, por las corrientes en torbellino de Foucault) y pintado con pinturas especiales (también para disminuir al máximo las pérdidas caloríficas por efecto Joule).

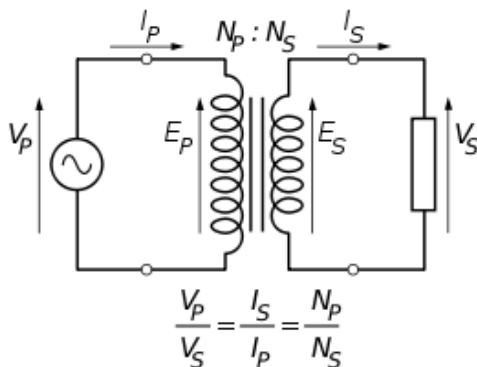


$$Q = 0,24 I^2 R t$$

Por inducción mutua, el primario produce en el secundario una intensidad inducida y una fem inducida.

$$(I) \quad \varepsilon_p = -N_p \frac{d\phi}{dt} \quad (II) \quad \varepsilon_s = -N_s \frac{d\phi}{dt}$$

Esquemáticamente se representa así:



Un transformador es ideal cuando éste no tiene pérdidas de energía. En un transformador ideal se cumple que:

$$(\text{Potencia})_p = (\text{Potencia})_s$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{q \cdot V_{AB}}{t} = \frac{I \cdot t \cdot V_{AB}}{t} = I \cdot V_{AB}; V_{AB} = \varepsilon$$

$$P_p = I_p \varepsilon_p \quad P_s = I_s \varepsilon_s \quad P_p = P_s \quad I_p \varepsilon_p = I_s \varepsilon_s$$

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{-N_p \frac{d\Phi_p}{dt}}{-N_s \frac{d\Phi_s}{dt}} = \frac{N_p}{N_s} \quad \text{Como es ideal no hay dispersiones de flujo}$$

$$\frac{d\phi_p}{dt} = \frac{d\phi_s}{dt}$$

Por tanto para un transformador ideal:

$$\boxed{\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p}}, \text{ que se conoce como relación de transformación.}$$

Vemos con esta relación que el voltaje y la intensidad en el transformador están en razón inversa.

Un transformador real es aquel en el que la potencia en el primario es ligeramente mayor que la potencia en el secundario, ya que por muy laminado y bien pintado que esté, siempre se producen pérdidas por efecto Joule.

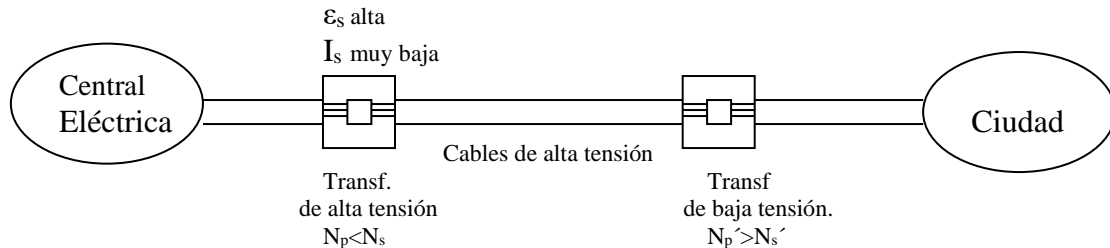
$P_p \neq P_s$  ( $P_p > P_s$ ) ya que hay dispersión de flujo.

Hoy en día se construyen transformadores cuyo rendimiento está entre el 95 y el 99%.

**Transformador reductor:** Se pone a la entrada de las ciudades o núcleos urbanos. También se llama transformador de baja tensión.

$$N_p > N_s ; \quad \frac{N_p}{N_s} > 1$$

En un esquema general:



$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{I_s}{I_p}$$

Como se ve, a la salida de la central eléctrica se pone un transformador de alta tensión para que al elevar la tensión, la intensidad disminuya y la energía viaje por la línea (cables) con pérdidas caloríficas mínimas por Joule ( $Q=0,24I^2Rt$ ).

El transformador sirve para el transporte de la corriente eléctrica y, cuando estamos cerca de una ciudad, se pone un transformador de baja tensión para que el voltaje disminuya hasta el voltaje que se utiliza en las casas (220 voltios). Como consecuencia, aumenta la intensidad de la corriente en la línea.

e) **Diferencias en el uso de la corriente continua y la alterna**

- 1) En la corriente alterna se cumple la relación  $\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{I_s}{I_p}$  y se puede usar el transformador para que Q sea mínimo. En la corriente continua no se puede usar los transformadores. La corriente continua no puede utilizarse en nuestras casas ni en la industria, ya que las pérdidas caloríficas por efecto Joule serían elevadísimas.
- 2) La corriente alterna no se puede utilizar nunca en electrolisis, se usa la corriente continua.
- 3) La corriente alterna no se puede almacenar; la corriente continua sí.

**APÉNDICE: COMPARACIÓN ENTRE EL CAMPO ELECTROSTÁTICO Y EL CAMPO MAGNÉTICO.**

- 1) El campo electrostático es producido por cargas en reposo. El campo magnético es producido por cargas en movimiento.

2) El campo electrostático es conservativo; el campo magnético no es conservativo.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \quad (\text{Se puede definir un potencial})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} \neq 0 \quad (\text{No se puede definir un potencial})$$

3) Las líneas de campo eléctrico son abiertas y las líneas de campo magnético son cerradas.

Pueden existir cargas eléctricas separadas. No existen polos magnéticos separados.

4) Las líneas de campo y las líneas de fuerza coinciden en un campo eléctrico pero no lo hacen en un campo magnético, la fuerza magnética,  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$ , es perpendicular a  $\mathbf{B}$ .

5) El trabajo realizado por la fuerza magnética siempre es cero (La  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$  es perpendicular a  $\mathbf{v}$ ).

El trabajo realizado por una fuerza magnética de un  $\mathbf{B}$  estacionario es 0. La  $F_{\text{mag}}$  no modifica la energía cinética de la partícula.

$$(W_A^B)_{F_{\text{mag}}} = \Delta E_c = 0 \quad (E_{cA} = E_{cB})$$

Lo que sí puede hacer es que la partícula describa una circunferencia, cambiando la dirección de la velocidad, pero no su módulo.

Esto sucede porque la fuerza ejercida por un campo magnético sobre una partícula cargada en movimiento es siempre perpendicular a su velocidad; el trabajo realizado por ésta fuerza es siempre cero para  $\mathbf{B}$  uniformes.

6)  $\epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  ;  $\epsilon_r$  (permitividad eléctrica relativa) es siempre mayor que 1.  
 $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu_r$  ;  $\mu_r$  (permeabilidad magnética relativa) puede ser mayor que 1 o menor que 1.

### CUESTIONES Y PROBLEMAS-3

28.- En un campo magnético uniforme,  $B$ , de  $1\text{ T}$  se encuentra un cuadro móvil de sección  $20/\pi\text{ cm}^2$  sobre el que están devanadas  $10^3$  espiras. El cuadro gira a  $50\text{ rps}$ . Calcular:

- a) fem alterna inducida y valor máximo de ésta.
- b) Suponiendo que esta tensión se aplica a un circuito con una  $R$  de  $200\ \Omega$ , calcular la  $I_{ind}$  (valor instantáneo y valor máximo).

29.- Un alambre de cobre de  $10\text{ cm}$  de longitud y  $10^{-4}\text{ cm}^2$  se encuentra en el interior de un campo magnético de  $0,8\text{ T}$  y se mueve perpendicularmente al campo con una velocidad de  $2\text{ m/s}$ . Halla la  $\varepsilon_{ind}$  en el alambre y la  $I_{ind}$ . ( $\rho_{Cu} = 1,71 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{ m}$ )

30.- Una espira circular de  $10\text{ cm}$  de diámetro se encuentra en el seno de un campo magnético de  $0,01\text{ T}$  girando en torno a un eje perpendicular al campo a razón de  $100\text{ rpm}$ .

Calcula:

- a) Fuerza electromotriz inducida en la espira en cada instante (valor instantáneo) y valor máximo de esta fem inducida
- b) Intensidad de corriente que circularía por la misma si tuviera una resistencia de  $10^4\ \Omega$  (valor instantáneo). Calcular el valor máximo de dicha intensidad.

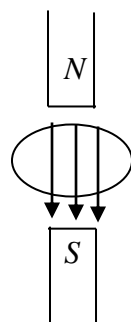
31.- Se tiene un flujo magnético que varía con el tiempo de la siguiente manera:

$$\phi = 4t^3 + 2t^2 - t - 8 \text{ (Wb)}. \text{ Este flujo atraviesa un circuito constituido por } 100 \text{ espiras paralelas.}$$

Calcula:

- a) Fuerza electromotriz instantánea inducida en función del tiempo
- b) Valor de esta fem inducida para  $t=2\text{ s}$
- c) Intensidad de la corriente que circula sabiendo que la resistencia del circuito es de  $4\ \Omega$  y su valor para  $t=2\text{ s}$ .

32.- Si el área de la espira de la figura es de  $12\text{ cm}^2$  y el campo magnético vale  $2 \cdot 10^{-2}\text{ T}$  calcula la fem inducida (valor medio) si en  $0,4\text{ s}$  se saca la espira fuera del campo.



(La superficie de la espira es perpendicular al campo magnético, es decir,  $\vec{B} \parallel \vec{S}$ )

33.- Una espira cuadrada de  $10\text{ cm}$  de lado se encuentra en un campo magnético  $B=3t^2+2t+1$  (T) que forma un ángulo de  $60^\circ$  con la normal a la espira. Calcula:

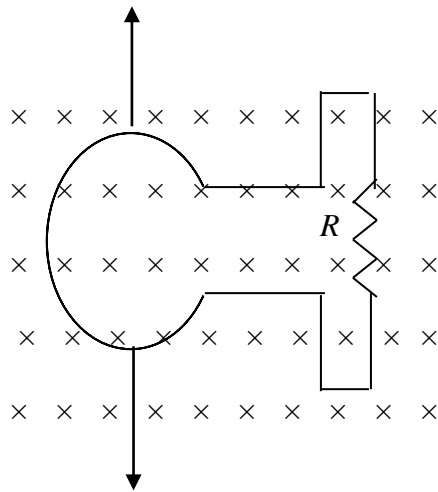
- a) Flujo instantáneo a través de la espira
- b) Representa gráficamente la fem inducida en función del tiempo y calcular su valor para  $t=2\text{ s}$ .

34.- Una bobina de 200 espiras de  $200 \text{ cm}^2$  gira alrededor de un eje concéntrico contenido en su plano con una velocidad circular de 300 rpm, perpendicular a un campo magnético constante de  $0,5\text{T}$ . Halla:

- a) Valor de la fem inducida en función del tiempo (valor instantáneo)
- b) Valor máximo de la fem inducida.

35.- Una espira circular flexible de diámetro 10 cm se encuentra en un campo magnético dirigido hacia el interior del plano. La densidad del flujo magnético vale  $1,2 \text{ Wb/m}^2$ . Se tira de la espira en los puntos indicados por las flechas, formándose un bucle de área nula en 0,2 s. Calcula:

- a) Fuerza electromotriz que se induce en el circuito (valor medio)
- b) ¿Cuál es el sentido de la corriente en la resistencia R?
- c) Si  $R=2\Omega$ , ¿Cuánto vale la intensidad de la corriente eléctrica?



36.- El circuito primario de un transformador está formado por 1200 espiras y el secundario por 20. Si el circuito primario se conecta a una diferencia de potencial de 220 V, calcula la diferencia de potencial a la salida del circuito secundario. ¿Cuál es el valor de la intensidad de la corriente en el secundario cuando la intensidad en el primario es 0,5 A?

## EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD EN ANDALUCÍA

2004

1. Dos cargas puntuales de  $+2\ \mu\text{C}$ , se encuentran situadas sobre el eje X, en los puntos  $x_1 = -1\ \text{m}$  y  $x_2 = 1\ \text{m}$ , respectivamente.

- a) Calcule el potencial electrostático en el punto  $(0, 0, 5)\ \text{m}$ .  
 b) Determine el incremento de energía potencial electrostática al traer una tercera carga de  $-3\ \mu\text{C}$ , desde el infinito hasta el punto  $(0, 0, 5)\ \text{m}$ .

**SOL:** a)  $V = 7060\ \text{V}$     b)  $\Delta E_p = -0,021\ \text{J}$

2. Una partícula con carga  $q = 3,2 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$  se desplaza con una velocidad  $v$  por una región en la que existe un campo magnético  $B$  y un campo eléctrico  $E$ .

$$v = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k}\ \text{ms}^{-1}$$

$$\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k}\ \text{T}$$

$$\mathbf{E} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}\ \text{NC}^{-1}$$

- a) ¿Cuál es la fuerza total ejercida sobre la partícula?  
 b) ¿Y si la partícula se moviera con velocidad  $-v$ ?

**SOL:** a)  $\vec{F} = 1,28 \cdot 10^{-18} \vec{i} - 3,2 \cdot 10^{-19} \vec{j} - 6,4 \cdot 10^{-19} \vec{k}\ \text{N}$

b) La misma que en el apartado anterior

3. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:

- a) Si no existe flujo magnético a través de una superficie, ¿puede asegurarse que no existe campo magnético en esa región?  
 b) La fuerza electromotriz inducida en una espira, ¿es más grande cuanto mayor sea el flujo magnético que la atraviesa?

**SOL:** a) No puede asegurarse    b) No

2005

4. Una esfera pequeña de  $100\ \text{g}$ , cargada con  $10^{-3}\ \text{C}$ , está sujeta al extremo de un hilo aislante, inextensible y de masa despreciable, suspendido del otro extremo fijo.

- a) Determine la intensidad del campo eléctrico uniforme, dirigido horizontalmente, para que la esfera se encuentre en reposo y el hilo forme un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical.  
 b) Calcule la tensión que soporta el hilo en las condiciones anteriores.

$$g = 10\ \text{m s}^{-2}$$

**SOL:** a)  $E = 577,35\ \text{N C}^{-1}$     b)  $T = 1,15\ \text{N}$

5. Dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos, separados  $10\ \text{cm}$ , transportan corrientes de  $5$  y  $8\ \text{A}$ , respectivamente, en sentidos opuestos.

- a) Dibuje en un esquema el campo magnético producido por cada uno de los conductores en un punto del plano definido por ellos y situado a  $2\ \text{cm}$  del primero y  $12\ \text{cm}$  del segundo y calcule la intensidad del campo total.  
 b) Determine la fuerza por unidad de longitud sobre uno de los conductores, indicando si es atractiva o repulsiva.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{N} \cdot \text{A}^{-2}$$

**SOL:** a)  $B = 3,67 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$     b)  $F/l = 8 \cdot 10^{-5}\ \text{N/m}$  y es repulsiva.

2006

6.- a) Una partícula cargada negativamente pasa de un punto A, cuyo potencial es  $V_A$ , a otro B, cuyo potencial es  $V_B > V_A$ . Razone si la partícula gana o pierde energía potencial.

b) Los puntos C y D pertenecen a una misma superficie equipotencial. ¿Se realiza trabajo al trasladar una carga (positiva o negativa) desde C a D? Justifique la respuesta.



**SOL:** a) Disminuye la energía potencial b) No se realiza trabajo

7.- Un hilo recto, de longitud 0,2 m y masa  $8 \cdot 10^{-3}$  kg, está situado a lo largo del eje OX en presencia de un campo magnético uniforme  $\mathbf{B} = 0,5 \mathbf{j}$  T

a) Razone el sentido que debe tener la corriente para que la fuerza magnética sea de sentido opuesto a la fuerza gravitatoria,  $\mathbf{F}_g = -F_g \mathbf{k}$

b) Calcule la intensidad de corriente necesaria para que la fuerza magnética equilibre al peso del hilo.

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

**SOL:** a) El mismo sentido que el del vector  $\mathbf{i}$  (sentido positivo del eje OX) b)  $I = 0,8 \text{ A}$

8.- Sea un solenoide de sección transversal  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  y 100 espiras. En el instante inicial se aplica un campo magnético, perpendicular a su sección transversal, cuya intensidad varía con el tiempo según  $B = 2t + 1 \text{ T}$ , que se suprime a partir del instante  $t = 5 \text{ s}$ .

a) Explique qué ocurre en el solenoide y represente el flujo magnético a través del solenoide en función del tiempo.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en el solenoide en los instantes  $t = 3 \text{ s}$  y  $t = 10 \text{ s}$ .

**SOL:** a)  $\Phi_m(t=0 \text{ s}) = 0,04 \text{ Wb}$  ;  $\Phi_m(t=5 \text{ s}) = 0,44 \text{ Wb}$

$$\text{b) } \varepsilon_{\text{ind}}(t=3 \text{ s}) = -0,08 \text{ V} ; \varepsilon_{\text{ind}}(t=10 \text{ s}) = 0 \text{ V}$$

2007

9. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento.

b) Una partícula, con carga  $q$ , penetra en una región en la que existe un campo magnético perpendicular a la dirección del movimiento. Analice el trabajo realizado por la fuerza magnética y la variación de energía cinética de la partícula.

10. Cuando una espira circular, situada en un campo magnético uniforme de 2 T, gira con velocidad angular constante en torno a uno de sus diámetros perpendicular al campo, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon(t) = -10 \text{ sen}(20t) \text{ (S.I.)}$$

a) Deduzca la expresión de la f.e.m. inducida en una espira que gira en las condiciones descritas y calcule el diámetro de la espira y su periodo de revolución.

b) Explique cómo variarían el periodo de revolución y la f.e.m. si la velocidad angular fuese la mitad.

**SOL:** a)  $\varepsilon_{\text{ind}} = \varepsilon_0 \text{ sen } \omega t$  ;  $D = 0,56 \text{ m}$  ;  $T = 0,314 \text{ s}$  b)  $T' = 0,628 \text{ s}$  ;  $\varepsilon_0 = 8 \text{ sen}(10t)$

2008

11. El potencial eléctrico en un punto P, creado por una carga Q situada en el origen, es 800 V y el campo eléctrico en P es  $400 \text{ N C}^{-1}$ .

a) Determine el valor de Q y la distancia del punto P al origen.

b) Calcule el trabajo que se realiza al desplazar otra carga  $q = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  desde el punto (3, 0) m al punto (0, 3) m. Explique por qué no hay que especificar la trayectoria seguida.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

**SOL:** a)  $Q = 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ C}$  b)  $W = 0 \text{ J}$

12. a) Explique las experiencias de Öersted y comente cómo las cargas en movimiento originan campos magnéticos.

b) ¿En qué casos un campo magnético no ejerce ninguna fuerza sobre una partícula cargada? Razone la respuesta.

2008

13. Una espira circular de 0,5 m de radio está situada en una región en la que existe un campo magnético perpendicular a su plano, cuya intensidad varía de 0,3 T a 0,4 T en 0,12 s.

a) Dibuje en un esquema la espira, el campo magnético y el sentido de la corriente inducida y explique sus características.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira y razone cómo cambiaría dicha fuerza electromotriz si la intensidad del campo disminuyese en lugar de aumentar.

**SOL:** b)  $\varepsilon_{\text{ind}} = -0,65 \text{ V}$  ; cambiaría el sentido de la corriente inducida

2010

14. Una partícula de  $5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$  y carga eléctrica  $q = -6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se mueve con una velocidad de  $0,2 \text{ m s}^{-1}$  en el sentido positivo del eje X y penetra en la región  $x > 0$ , en la que existe un campo eléctrico uniforme de  $500 \text{ N C}^{-1}$  dirigido en el sentido positivo del eje Y.

a) Describa, con ayuda de un esquema, la trayectoria seguida por la partícula y razone si aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en su desplazamiento.

b) Calcule el trabajo realizado por el campo eléctrico en el desplazamiento de la partícula desde el punto (0, 0) m hasta la posición que ocupa 5 s más tarde.

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

**SOL:** a) Disminuye tanto la energía potencial gravitatoria como la eléctrica b)  $W = -\Delta E_p = 0,3975 \text{ J}$

15. Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.

a) Dibuje en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes  $t=0 \text{ s}$  y  $t=2 \text{ s}$  e indique el valor máximo de dicho flujo.

b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo e indique su valor en el instante  $t=1 \text{ s}$ .

**SOL:** a)  $\Phi_{\text{max}} = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$  b)  $\varepsilon_{\text{ind}}(t=1 \text{ s}) = 0 \text{ V}$

## SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL TEMA 2

- 1-  $2,25 \cdot 10^5 \mathbf{i} - 9,00 \cdot 10^5 \mathbf{j} \text{ N C}^{-1}$  ;  $-4,5 \cdot 10^5 \text{ J C}^{-1}$   
 2- a)  $-3,2 \cdot 10^4 \mathbf{i} \text{ J C}^{-1}$  b)  $V_A = 0 \text{ V}$  ;  $V_B = -1,2 \cdot 10^5 \text{ V}$  c)  $(W_A^B)_{\text{EXT}} = -0,12 \text{ J}$   
 3- a)  $67500 \mathbf{i} - 38971 \mathbf{j} \text{ N C}^{-1}$  b)  $W_{\text{EXT}} = -4,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$   
 4- a)  $-22,5 \cdot 10^6 \mathbf{i} \text{ N C}^{-1}$  b)  $15,1 \text{ m s}^{-1}$   
 5- a)  $-4500 \mathbf{i} + 2250 \mathbf{j} \text{ N C}^{-1}$  b)  $V_0 = 0 \text{ V}$ ;  $V_P = -492,3 \text{ V}$  c)  $(W_0^P)_{\text{EXT}} = -4,923 \cdot 10^{-6} \text{ J}$  d)  $-4,5 \cdot 10^{-6} \mathbf{i} + 2,25 \cdot 10^{-6} \mathbf{j} \text{ N}$  e)  $0 \text{ J}$   
 6- a) a  $0,33 \text{ m de q}$  b) a  $1 \text{ m de q}$  c) a  $0,33 \text{ m de q}$   
 7- a)  $0 \text{ N C}^{-1}$  b)  $5,66 \text{ K q (V)}$   
 8-  $200 \text{ V}$   
 9-  $0,2 \text{ m}$   
 10- a)  $2905311,4 \text{ m s}^{-1}$  b)  $2,065 \cdot 10^{-8} \text{ s}$  c)  $24 \text{ V}$  d)  $\Delta E_C = 3,84 \cdot 10^{-18} \text{ J}$  e)  $\Delta E_P = -3,84 \cdot 10^{-18} \text{ J}$   
 11- a)  $2 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ ;  $8 \text{ m}$  b)  $64 \cdot 10^6 \text{ V}$   
 12-  $65647,6 \text{ V}$   
 13-  $1,69 \cdot 10^{-7} \text{ C}$   
 14- a)  $1,248 \cdot 10^{19}$  electrones b) i-falso; ii-verdad c)  $10 \Omega$  d)  $40 \Omega$  ;  $101,25 \text{ V}$  e)  $4,55 \text{ A}$ ;  $48,4 \Omega$   
 15-  $B = \frac{\mu}{2\pi a} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$   
 16-  $B = 0 \text{ T}$   
 17-  $B = 0 \text{ T}$   
 18- a) trayectoria parabólica;  $(E_P)_{\text{elect} \rightarrow E_C}$  b) trayectoria circular, no hay cambios en la energía  
 19-  $10^{-5} \mathbf{i} - 10^{-5} \mathbf{j} - 2 \cdot 10^{-5} \mathbf{k} \text{ N}$   
 20- a)  $10^{-9} \text{ N}$  b)  $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$  ;  $2 \cdot 10^{-9} \text{ N}$  c)  $\mathbf{v} \parallel \mathbf{B}$  ;  $0 \text{ N}$   
 21-  $-25\mathbf{j} + 75\mathbf{k} \text{ N}$  ;  $79,06 \text{ N}$   
 22- a)  $8 \cdot 10^{-5} \text{ N}$  b)  $1,6 \cdot 10^{-4} \text{ N}$  c)  $0 \text{ N}$  d)  $\mathbf{I} \parallel \mathbf{B}$  (conductor paralelo al campo magnético)  
 23- protón= electrón:  $\mathbf{v} \parallel \mathbf{E}$  y  $\mathbf{v} \parallel \mathbf{B}$  ; neutrón: da igual  
 24- a) electrón:  $1,686 \cdot 10^{-3} \text{ T}$  ;  $\otimes$  b) protón:  $72,841 \cdot 10^{-3} \text{ T}$  ;  $\otimes$  ; el neutrón seguiría en línea recta independientemente de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$ .  
 25- a)  $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  b)  $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N m}^{-1}$   
 26- a)  $1,602 \cdot 10^{-18} \text{ N}$  b)  $1,602 \cdot 10^{-18} \text{ N}$  c)  $1,422 \cdot 10^{-3} \text{ N}$  ;  $35161744 \text{ rad s}^{-1}$  d)  $1,787 \cdot 10^{-7} \text{ s}$  ;  $1,758 \cdot 10^{12} \text{ m s}^{-2}$   
 27-  $0,0132 \text{ m}$   
 28- a)  $\varepsilon_{\text{ind}} = 20 \text{ sen}(100 \pi t) \text{ V}$  ;  $20 \text{ V}$  b)  $I_{\text{ind}} = 0,1 \text{ sen}(100 \pi t) \text{ A}$  ;  $0,1 \text{ A}$   
 29-  $0,16 \text{ V}$  ;  $0,936 \text{ A}$   
 30- a)  $\varepsilon_{\text{ind}} = 8,22 \cdot 10^{-4} \text{ sen}(10,47 t) \text{ V}$  ;  $8,22 \cdot 10^{-4} \text{ V}$  b)  $I_{\text{ind}} = 8,22 \cdot 10^{-8} \text{ sen}(10,47 t) \text{ A}$  ;  $8,22 \cdot 10^{-8} \text{ A}$   
 31- a)  $\varepsilon_{\text{ind}} = -1200 t^2 - 400 t + 25 \text{ V}$  b)  $-5500 \text{ V}$  c)  $-1375 \text{ A}$   
 32-  $6 \cdot 10^{-5} \text{ V}$   
 33- a)  $0,015 t^2 + 0,01 t + 5 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$  b)  $\varepsilon_{\text{ind}} = 0,03 t + 0,01 \text{ (V)}$  ;  $0,07 \text{ V}$   
 34- a)  $\varepsilon_{\text{ind}} = 20 \pi \text{ sen}(10 \pi t) \text{ V}$  b)  $62,83 \text{ V}$   
 35- a)  $0,047 \text{ V}$  b) sentido de arriba hacia abajo por R c)  $0,0235 \text{ A}$   
 36-  $3,7 \text{ V}$ ;  $30 \text{ A}$

CAMPO ELÉCTRICO

<p><u>Nombre de la magnitud y fórmula:</u> Fuerza eléctrica</p> $\vec{F} = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$ <p><u>Significado de los símbolos de la fórmula y unidad:</u>  <math>\vec{F}</math>: Fuerza entre las dos cargas Q y q (N)                      K: Constante de Coulomb (NC<sup>-2</sup>m<sup>2</sup>)                      Q: Carga eléctrica (C)                      q: Carga eléctrica (C)                      r: Distancia entre las dos cargas.  <math>\vec{u}_r</math>: Vector unitario en la dirección entre las dos cargas y sentido desde la carga que ejerce la fuerza y la carga que sufre la fuerza.</p> <p><u>Definición de la magnitud:</u>  <math>\vec{F}</math> es la fuerza con la que dos cargas interactúan entre sí.</p>		<p><u>Nombre de la magnitud y fórmula:</u> Intensidad del campo eléctrico</p> $\vec{E} = K \cdot \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$ <p><u>Significado de los símbolos de la fórmula y unidad:</u>  <math>\vec{E}</math>: Intensidad del campo eléctrico creado por una carga Q a una distancia r.                      K: Constante de Coulomb (NC<sup>-2</sup>m<sup>2</sup>)                      Q: Carga que crea el campo eléctrico (C)                      r: Distancia desde la carga hasta el punto donde se quiere calcular <math>\vec{E}</math>  <math>\vec{u}_r</math>: Vector unitario en la dirección entre la carga y el punto donde se quiere conocer el valor de <math>\vec{E}</math> y sentido desde la carga hasta el punto en cuestión.</p> <p><u>Definición de la magnitud:</u>  <math>\vec{E}</math> es la fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga.</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\vec{F} = -\frac{dE_p}{d\vec{r}}</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>E_p = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}</math> </div> </div>		<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>\vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}}</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <math>V = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}</math> </div> </div>
<p><u>Nombre de la magnitud y fórmula:</u> Energía potencial eléctrica</p> $E_p = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r}$ <p><u>Significado de los símbolos de la fórmula y unidad:</u>                      E<sub>p</sub>: Energía potencial eléctrica (J); K: Constante de Coulomb (NC<sup>-2</sup>m<sup>2</sup>)                      Q: Carga eléctrica (C); q: Carga eléctrica (C)                      r: Distancia entre las dos cargas (m)</p> <p><u>Definición de la magnitud:</u>                      Es el trabajo que realiza el campo eléctrico para llevar una de las cargas desde el punto donde se encuentra hasta el infinito.</p>		<p><u>Nombre de la magnitud y fórmula:</u> Potencial eléctrico</p> $V = K \cdot \frac{Q}{r}$ <p><u>Significado de los símbolos de la fórmula y unidad:</u>                      V: Potencial eléctrico (V); K Constante de Coulomb (NC<sup>-2</sup>m<sup>2</sup>).                      Q: Carga que crea el campo eléctrico (C).                      r: Distancia desde la carga hasta el punto donde se quiere calcular el potencial (m).</p> <p><u>Definición de la magnitud:</u>                      Es el trabajo que realiza el campo eléctrico sobre la unidad de carga positiva para trasladarla desde el punto donde se encuentra hasta el infinito.</p>

<b>CORRIENTE ELÉCTRICA</b>
----------------------------

	LEY / CONCEPTO	FÓRMULA	SIGNIFICADO DE LOS SÍMBOLOS	UTILIDAD
1	Valor de la resistencia de un conductor	$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$	$R$ = Resistencia del conductor. $\rho$ = Resistividad eléctrica del material. $L$ = Longitud del conductor. $S$ = Sección transversal del conductor.	Sirve para calcular el valor de la resistencia eléctrica de un conductor en función de las características físicas del mismo.
2	Definición de intensidad de corriente	$I = \frac{q}{t}$	$I$ = Intensidad de corriente eléctrica. $q$ = Carga eléctrica que circula. $t$ = Tiempo durante el cual está circulando la carga eléctrica.	Calcula la intensidad de corriente que circula por un conductor conociendo la carga eléctrica que pasa por unidad de tiempo.
3	Ley de Ohm	$I = \frac{V_{AB}}{R}$	$I$ = Intensidad de corriente eléctrica. $V_{AB}$ = Diferencia de potencial entre el punto A y el punto B $R$ = Resistencia del conductor.	Relaciona la intensidad de corriente, la diferencia de potencial y la resistencia en un conductor por donde circula corriente.
4	Definición de potencial eléctrico	$V_{AB} = \frac{W_A^B}{q}$	$V_{AB}$ = Diferencia de potencial entre el punto A y el punto B $W_A^B$ = Trabajo realizado por el campo eléctrico al circular la corriente desde A hasta B. $q$ = Carga eléctrica que circula.	Calcula la diferencia de potencial entre dos puntos del circuito conociendo el trabajo realizado para llevar la unidad de carga de un punto al otro.
5	Definición de potencia eléctrica	$P = \frac{W_A^B}{t}$	$P$ = Potencia eléctrica. $W_A^B$ = Trabajo realizado por el campo eléctrico al circular la corriente desde A hasta B. $t$ = Tiempo durante el cual está circulando la corriente eléctrica.	La potencia es siempre la energía por unidad de tiempo, en este caso la energía se refiere al trabajo eléctrico realizado.
6	Ley de Ohm generalizada	$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$	$I$ = Intensidad de corriente eléctrica. $\varepsilon$ = fuerza electromotriz del generador $R$ = Resistencia externa del circuito $r$ = Resistencia interna del circuito (la resistencia del generador).	Amplia la Ley de Ohm teniendo en cuenta la resistencia interna del generador.
7	Efecto Joule	$W_A^B = I^2 \cdot R \cdot t$	$W_A^B$ = Trabajo realizado por el campo (energía transformada en calor). $I$ = Intensidad de corriente eléctrica. $R$ = Resistencia del circuito. $t$ = Tiempo durante el cual está circulando la carga eléctrica.	Permite calcular la energía eléctrica que se transforma en calor por el paso de la corriente eléctrica a través de un conductor.
8	Potencia eléctrica	$P = I^2 \cdot R =$ $= V_{AB} \cdot I =$ $= \frac{V_{AB}^2}{R}$	$P$ = Potencia eléctrica consumida en un circuito. $I$ = Intensidad de corriente eléctrica. $R$ = Resistencia del circuito. $V_{AB}$ = Diferencia de potencial entre el punto A y el punto B	Calcula la potencia eléctrica consumida por el paso de corriente eléctrica a través de un conductor.

## CAMPO MAGNÉTICO

LEY / CONCEPTO	FÓRMULA	SIGNIFICADO DE LOS SÍMBOLOS	UTILIDAD
Ley de Biot y Savart	$B = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$ <p>(<math>\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}</math>)</p>	<p><math>B</math> = Módulo de la intensidad de campo magnético  <math>\mu</math> = Permeabilidad magnética del medio  <math>I</math> = Intensidad de corriente eléctrica  <math>r</math> = Distancia desde el conductor de corriente al punto en cuestión</p>	Calcula el módulo del valor del campo magnético en un punto determinado creado por la corriente eléctrica que circula por un conductor.
Ley de Biot y Savart aplicada a una espira circular	$B = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{I}{R}$	<p><math>B</math> = Módulo de la intensidad de campo magnético  <math>\mu</math> = Permeabilidad magnética del medio  <math>I</math> = Intensidad de corriente eléctrica  <math>R</math> = Radio de la espira</p>	Calcula el módulo del valor del campo magnético en el centro de una espira circular creado por la corriente eléctrica que circula.
Ley de Biot y Savart aplicada a un solenoide (bobina)	$B = \mu \cdot \frac{N}{L} \cdot I$	<p><math>B</math> = Módulo de la intensidad de campo magnético  <math>\mu</math> = Permeabilidad magnética del medio  <math>N</math> = Número de espiras del solenoide  <math>L</math> = Longitud del solenoide  <math>I</math> = Intensidad de corriente eléctrica</p>	Calcula el módulo del valor del campo magnético en el interior de un solenoide.
Ley de Lorentz simple	$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$	<p><math>\vec{F}</math> = Fuerza que se ejerce la carga.  <math>q</math> = valor de la carga eléctrica.  <math>\vec{v}</math> = velocidad de la carga  <math>\vec{B}</math> = Intensidad de campo magnético.</p>	Calcula la fuerza magnética que se ejerce sobre una carga eléctrica que entra con una velocidad en el seno de un campo magnético.
Ley de Lorentz completa	$\vec{F} = q \cdot [\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})]$	<p><math>\vec{E}</math> = Intensidad del campo eléctrico.  <math>\vec{F}</math> = Fuerza que se ejerce la carga.  <math>q</math> = valor de la carga eléctrica.  <math>\vec{v}</math> = velocidad de la carga  <math>\vec{B}</math> = Intensidad de campo magnético.</p>	Calcula la fuerza electromagnética que se ejerce sobre una carga eléctrica que entra con una velocidad en el seno de un campo magnético donde existe también un campo eléctrico.
Ley de Laplace	$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$	<p><math>\vec{F}</math> = Fuerza que se ejerce sobre el conductor.  <math>I</math> = Intensidad de corriente eléctrica.  <math>\vec{l}</math> = Longitud del cable con carácter vectorial.  <math>\vec{B}</math> = Intensidad de campo eléctrico.</p>	Calcula la fuerza que se ejerce sobre un conductor, por donde circula corriente, cuando se encuentra en el seno de un campo magnético.
Fuerzas magnéticas entre dos conductores rectilíneos.	$F = \frac{\mu}{2\pi} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{l}{r}$	<p><math>F</math> = Fuerza entre los dos conductores.  <math>\mu</math> = Permeabilidad magnética del medio.  <math>I_1</math> = Intensidad de corriente eléctrica en un conductor.  <math>I_2</math> = Intensidad de corriente eléctrica en el otro conductor.  <math>l</math> = Longitud de los conductores de corriente.  <math>r</math> = Distancia entre los dos conductores de corriente.</p>	Calcula el módulo de la fuerza que se ejercen entre sí dos conductores por donde circula corriente.

## INDUCCIÓN MAGNÉTICA

LEY/ CON- CEPTO	FÓRMULA	SIGNIFICADO DE LOS SÍMBOLOS	UTILIDAD
Flujo magnético	$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{s}$ $\Phi = B \cdot S \cdot \cos \theta$	<p><math>\Phi</math> =Flujo magnético (se mide en weber,Wb).</p> <p><math>B</math> =Intensidad del campo magnético (T).</p> <p><math>S</math> =Superficie (m<sup>2</sup>).</p> <p><math>\theta</math> =Ángulo que forma la intensidad de campo magnético, <math>\vec{B}</math>, y el vector superficie, <math>\vec{S}</math>, que es perpendicular a la superficie.</p>	Calcula el flujo magnético (número de líneas de campo magnético) que atraviesa una superficie.
Ley de Faraday-Lenz	$(\varepsilon_{ind})_{inst} = -\frac{d\Phi}{dt}$ $(\varepsilon_{ind})_{inst} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$	<p><math>(\varepsilon_{ind})_{inst}</math> =Fuerza electromotriz inducida instantánea.</p> <p><math>\frac{d\Phi}{dt}</math> =Variación del flujo magnético respecto al tiempo.</p> <p><math>N</math> =Número de circuitos (espiras).</p>	Calcula la fuerza electromotriz inducida en un circuito, o una serie de N circuitos, debido a la variación del flujo magnético.
Alter-nador	$\varepsilon_{inducida} = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$ $\varepsilon_{inducida} = \varepsilon_o \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$ $I_{inducida} = \frac{\varepsilon_o}{R} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$ $I_{inducida} = I_o \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$	<p><math>\varepsilon_{inducida}</math> =f.e.m. inducida (voltios)</p> <p><math>N</math> =Nº de espiras</p> <p><math>B</math> =Intensidad de c. magnético</p> <p><math>S</math> =Superficie de la espira</p> <p><math>\omega</math> =velocidad angular de giro de la espira</p> <p><math>t</math> =tiempo de giro</p> <p><math>\varepsilon_o = N \cdot B \cdot S \cdot \omega</math></p> <p><math>I_{inducida}</math> =Intensidad de corriente inducida</p> <p><math>R</math> =Resistencia eléctrica de la espira</p> <p><math>I_o = \frac{\varepsilon_o}{R}</math></p>	Calcula la fuerza electromotriz (y la intensidad de corriente) inducida en función del tiempo cuando un conjunto de espiras giran en el seno de un campo magnético.
Ley de Henry	$\varepsilon = v \cdot B \cdot l$	<p><math>\varepsilon</math> =f.e.m. inducida</p> <p><math>v</math> =Velocidad del conductor.</p> <p><math>B</math> =Valor del campo magnético.</p> <p><math>l</math> =Longitud del conductor.</p>	Calcula la fuerza electromotriz inducida en un conductor rectilíneo que se mueve con una velocidad perpendicular a un campo magnético.
Transfor-madores	$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_s} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{I_s}{I_p}$	<p><math>\varepsilon_p</math> =f.e.m. del circuito primario.</p> <p><math>\varepsilon_s</math> =f.e.m. inducida en el circuito secundario.</p> <p><math>N_p</math> =Número de espiras en el circuito primario.</p> <p><math>N_s</math> =Número de espiras en el circuito secundario.</p> <p><math>I_p</math> =Intensidad de corriente en el circuito primario.</p> <p><math>I_s</math> =Intensidad de corriente inducida en el circuito secundario.</p>	Relación entre las f.e.m., el número de espiras y las intensidades de corriente en un transformador.