TEMA 3

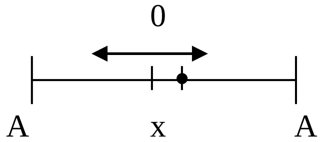
VIBRACIONES Y ONDAS

1. MOVIMIENTO OSCILATORIO: MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE (M.V.A.S.)

1.1.- Movimiento oscilatorio: características.

Un movimiento periódico es aquel en el que se repite alguna magnitud física, en el transcurso del mismo.

Un movimiento oscilatorio es un movimiento periódico en el que la trayectoria es recorrida en los dos sentidos alrededor de un punto central llamado de equilibrio.



O : Equilibrio
x : elongación (posición)
A: amplitud (máxima elongación).

Este movimiento se repite cada cierto tiempo, y a este tiempo se le llama periodo.

Movimientos periódicos

1) Movimientos oscilatorios: son relativamente lentos.
   Ejemplos:
   - Movimiento de un péndulo
   - Pistón de un motor
   - Movimiento de un muelle del que cuelga un objeto.

2) Movimientos vibratorios: son rápidos y tienen una amplitud pequeña.
   Ejemplos:
   - Movimiento de un diapasón o un átomo en una molécula.

Las características son:

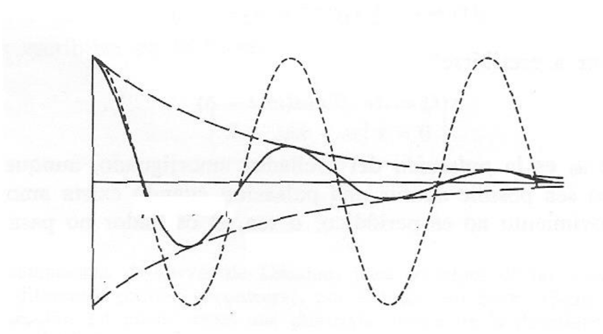
- Oscilación completa (**c**) ciclo o vibración completa.
- Elongación (**x** o **y**) posición, distancia a la que se encuentra el punto que oscila respecto a la posición de equilibrio, en un determinado instante.
- Amplitud (**A**) máxima elongación.
- Periodo (**T**) es el tiempo que tarda en dar una oscilación completa (vibración completa).
- Frecuencia (**f**) es el número de oscilaciones (vibraciones) por segundo.

$$f = \frac{1}{T}$$

- Pulsación (ω) ángulo recorrido en la unidad de tiempo.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

En la práctica los movimientos oscilatorios o vibratorios son amortiguados debido al rozamiento. Para obtener una oscilación libre, no amortiguada, hay que suministrar energía desde el exterior para contrarrestar la energía cinética perdida por rozamiento; se habla entonces de oscilaciones forzadas.



Las unidades en el S.I. de las diferentes magnitudes son:

Mag	S.I.
x	**m**
A	**m**
T	**s**
f	**Hz (ciclo/s)**
ω	**rad/s**

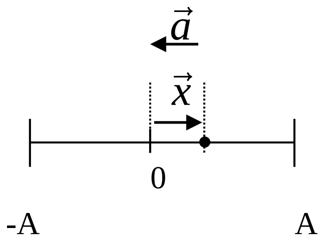
1.2.-<u>Movimiento armónico simple(movimiento vibratorio armónico simple:MVAS) Características cinemáticas y dinámicas. Estudio energético.</u>

El MVAS es un movimiento periódico en el que una partícula oscila alrededor de un punto de equilibrio. Los valores de las magnitudes se repiten con una dependencia senoidal o cosenoidal del tiempo (sinusoidal o armónicamente). Ejemplos de este movimiento son: el péndulo, la vibración de un muelle cuando se cuelga un peso, el movimiento de un diapasón o un átomo en una red metálica.

(Realmente se llama movimiento vibratorio a un caso particular del movimiento oscilatorio, donde la amplitud es pequeña y el movimiento es rápido).

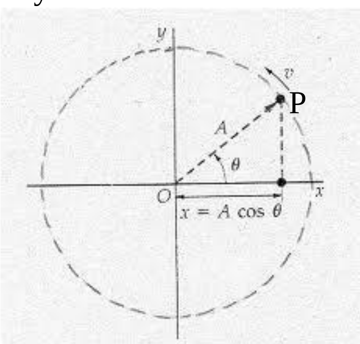
<u>Definición del MVAS :</u>

Un MVAS es aquel movimiento en el que la aceleración es directamente proporcional a la elongación (x) y de sentido contrario.



$$\vec{a} = -k\,\vec{x}$$

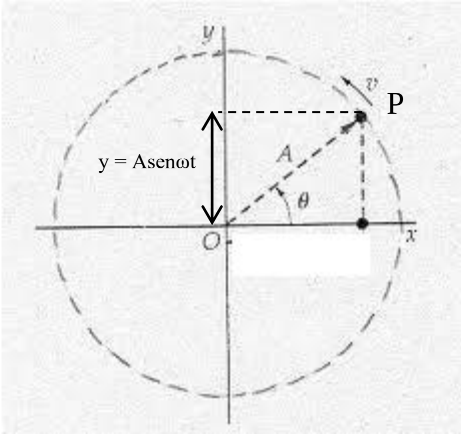
Estudiaremos el MVAS con un método geométrico, que consiste en asemejarlo a un M.C.U. (movimiento circular uniforme) proyectado sobre un diámetro de su trayectoria.



<u>Si P se proyecta sobre x</u>:

$\cos\theta = \dfrac{x}{A}$; x = A cosθ = A cos(ωt)

x = A cos(ωt) = A sen(ωt + $\dfrac{\pi}{2}$)



Si P se proyecta sobre y:

$$\text{sen}\theta = \frac{y}{A} \quad ; \quad y = A\,\text{sen}\theta = A\,\text{sen}(\omega t)$$

$$y = A\,\text{sen}(\omega t)$$

Tenemos dos fórmulas que son equivalentes.

La ecuación toma diferente forma dependiendo del punto de partida del movimiento:

x +x

0

-A A

Si empieza aquí

Para t = 0

$\left.\begin{matrix} t=0 \\ x=A \end{matrix}\right\}$ $x=A\cos(\omega t)=A\,\text{sen}(\omega t+\frac{\pi}{2})$

cos0 (t=0) = 1

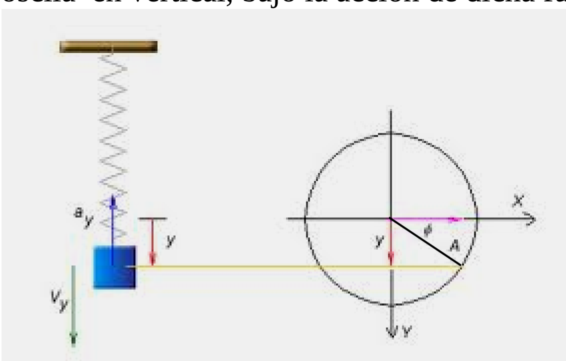
Si empieza aquí

$\left.\begin{matrix} t=0 \\ x=0 \end{matrix}\right\}$ $x=A\,\text{sen}(\omega t) = \text{sen}0 = 0$

En el caso más general la fórmula utilizada será: $x=A\,\text{sen}(\omega t+\frac{\pi}{2})$ o $x = A\,\text{sen}(\omega t \pm \theta_0)$

Ejemplo de MVAS:

Fuerza recuperadora en un muelle que actúa sobre un cuerpo unido a él que oscila en vertical, bajo la acción de dicha fuerza.



El MVAS sucede en el eje Y y es análogo a un MCU proyectado sobre dicho eje. Su ecuación correspondería a:

$$y = A\text{sen}(\omega t \pm \theta_0)$$

Donde llamamos θ_0 a la fase inicial (ángulo) correspondiente al instante inicial.

Si el muelle hubiese provocado oscilaciones sobre el eje X, análogamente el MVAS habría sido definido por la ecuación: $x = A\cos(\omega t \pm \theta_0)$

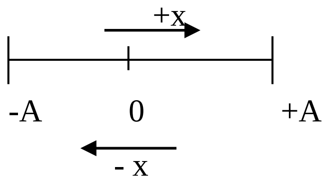
Cinemática del MVAS:

Estudiaremos el MVAS sin tener en cuenta las causas que lo ha producido.

Velocidad

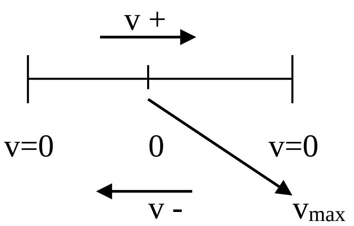
Partimos de la ecuación de la posición para obtener la velocidad:

$x = A\cos(\omega t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$ (posición del MVAS)



$$\boxed{x = \pm A\cos(\omega t) = \pm A\,\mathrm{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} A sen(\omega t + \frac{\pi}{2}) = A\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \; ; \qquad \boxed{v = \pm A\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$



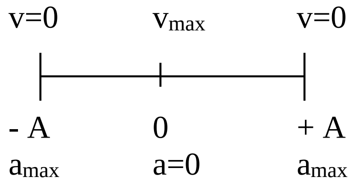
$v_{max} \Longrightarrow \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \pm 1$

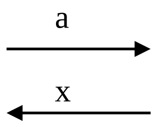
$$\boxed{v_{max} = \pm A\omega}$$

Aceleración:

Obtenemos la aceleración derivando la ecuación de la velocidad:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} A\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -A\omega^2 sen(\omega t + \frac{\pi}{2}) \; ; \qquad \boxed{a = -A\omega^2\,\mathrm{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -\omega^2 x}$$



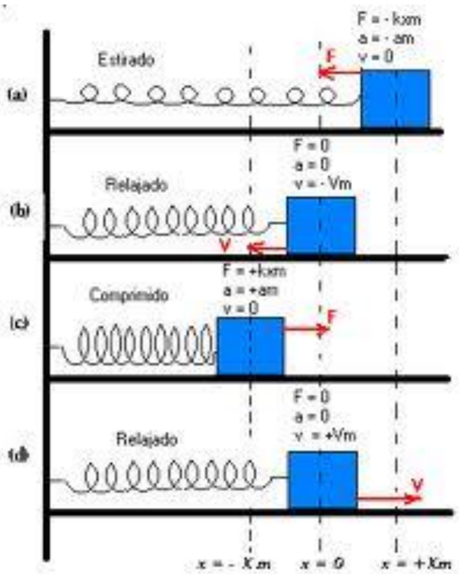


y viceversa

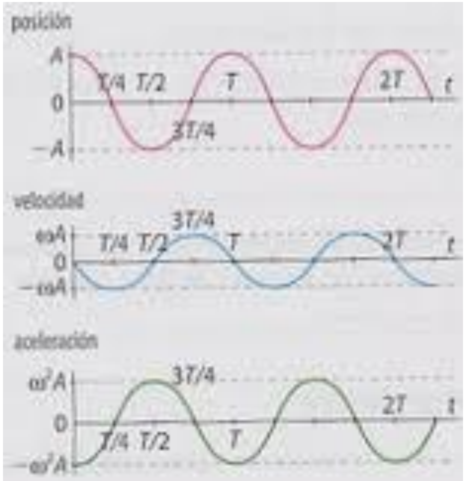
$a_{max} \Longrightarrow \mathrm{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \pm 1$

$a_{max} = -A\omega^2 \Longrightarrow \boxed{a_{max} = \pm A\omega^2}$

En resumen:



A la derecha figuran las representaciones en función del tiempo de la posición, velocidad y aceleración de un mismo movimiento vibratorio armónico simple:



Veamos la fórmula de la velocidad en función de la posición o elongación (x).

Partiendo de la ecuación de la elongación: x=A sen(ωt $+\frac{\pi}{2}$) y v=A ω cos(ωt $+\frac{\pi}{2}$)

y teniendo en cuenta la relación trigonométrica: $sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$, podemos expresar el coseno como: $cos^2\alpha = 1 - sen^2\alpha$; $cos\alpha = \sqrt{1-sen^2\alpha}$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$$v = A\omega\cos(\omega t+\frac{\pi}{2}) = A\omega\sqrt{1-sen^2(\omega t+\frac{\pi}{2})} = \omega\sqrt{A^2-A^2sen^2(\omega t+\frac{\pi}{2})}$$

$$v = \omega\sqrt{A^2-x^2}$$

$$\boxed{v = \pm\ \omega\sqrt{A^2-x^2}}$$

<u>Dinámica de MVAS:</u>

La dinámica de este movimiento se explica por la ley de Hooke

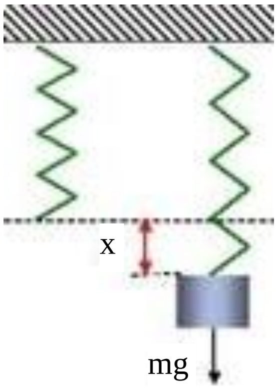
$$\vec{F} = -k\cdot\vec{x}$$

Esta fuerza recuperadora (fuerza elástica) es una fuerza conservativa y central. Produce el movimiento del MVAS. En el caso de un muelle que se alarga debido a una fuerza F, como la fuerza recuperadora se opone a dicho alargamiento podemos igualar ambas expresiones:

$$\left.\begin{array}{l} F=-k\,x \text{ (Hooke)} \\ F=m\,a \text{ (Newton)} \end{array}\right\} \begin{array}{l} F=-kx = ma = -m\omega^2x \\ \text{podemos calcular } k = m\cdot\omega^2 \text{ (constante elástica recuperadora)} \end{array}$$

Si tenemos en cuenta: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$; k= $m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2} = m4\pi^2 f^2$

En el caso de un muelle que se alarga por colgarle un peso:



Si llamamos x al alargamiento del muelle (diferencia entre la posición en equilibrio y la posición estirado), según la ley de Hooke la fuerza recuperadora será:

F = - kx

Y como las fuerzas son de igual dirección y sentidos contrarios, podemos escribir:

$$k = \frac{|-F|}{x} = \frac{mg}{x}$$

<u>Energética del MVAS:</u>

La fuerza recuperadora es una fuerza conservativa (el campo elástico de un muelle es un campo conservativo), por lo tanto cumple el Principio de Conservación de la Energía mecánica.

$$\vec{F}_{conservativa} \Longrightarrow E_{mecánica} \text{ es constante}$$

Em = Ec + Ep = cte ; Ep = $\frac{1}{2}kx^2$; Ec = $\frac{1}{2}mv^2$

Em = Ec + Ep = $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ = Ep_{max} = Ec_{max} =cte. (Una de las energías será máxima cuando la otra sea mínima, es decir, cero)

Ep_{max} Ec=0	Ep=0 Ec_{max}	Ep_{max} Ec=0
- A a_{max} v=0	0 a=0 v_{max}	+ A a_{max} v=0

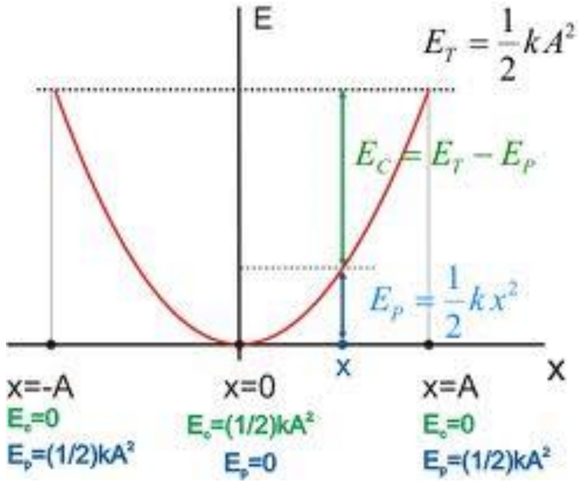
Ep+Ec=cte

- Si Ec=0 $\Longrightarrow$ Ep_{max} =Em
- Si Ep=0 $\Longrightarrow$ Ec_{max} =Em

Ep= $\frac{1}{2}kx^2$; Ep$_{max}$ = $\frac{1}{2}kA^2$ (x=A)

Ec= $\frac{1}{2}mv^2$; Ec$_{max}$ = $\frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2$ (v_{max}= ± Aω y mω^2 = k)

La energía mecánica total vale $\frac{1}{2}kA^2$.



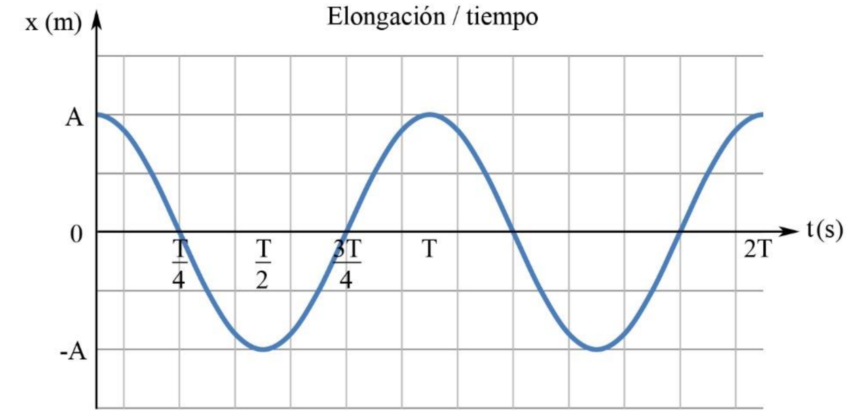
$$Ec = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \left\{v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}\right\} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \omega^2\cdot (A^2 - x^2) = \left\{k = m\cdot\omega^2\right\} = \frac{1}{2}\cdot k\cdot (A^2 - x^2)$$
$$Ep = \frac{1}{2}\cdot k\cdot x^2$$

Por lo que la energía mecánica valdrá:

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}\cdot k\cdot x^2 + \frac{1}{2}\cdot k\cdot (A^2 - x^2) = \frac{1}{2}\cdot k\cdot A^2$$

CINEMÁTICA DEL MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE (MVAS)

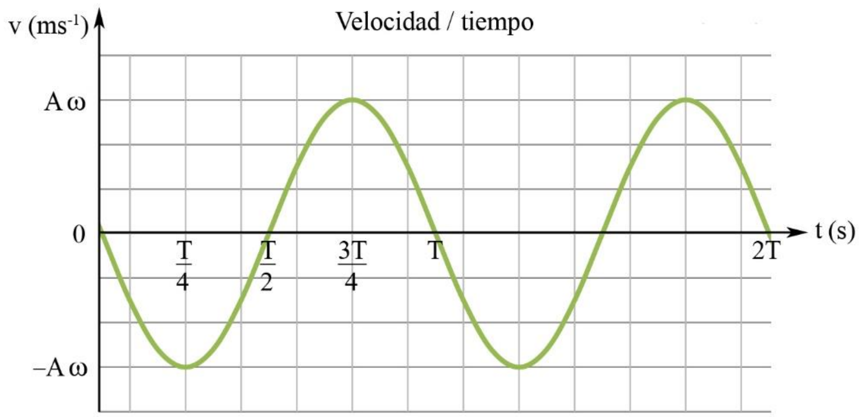
$\omega=2\pi/T$	t(s)	0	T/4	T/2	3T/4	T
	$\alpha=\omega t$ (rad)	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π



$$x = A \cdot \cos(\omega t)$$

$$x = A \cdot \mathrm{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

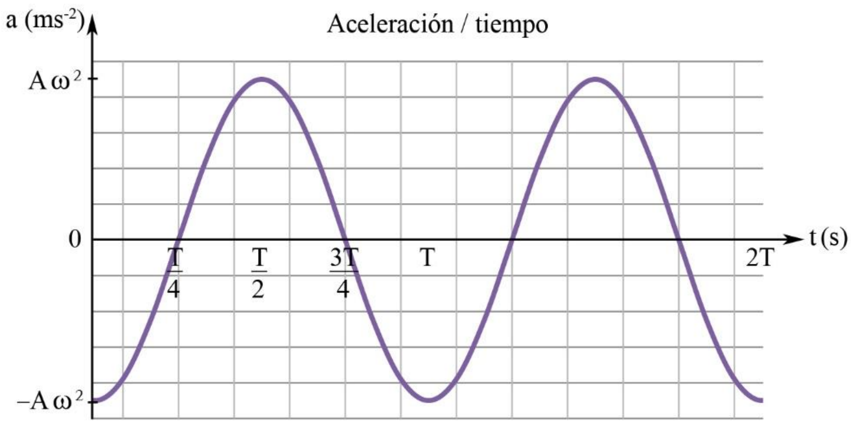
t(s)	0	T/4	T/2	3T/4	T
x(m)	A	0	-A	0	A



$$v = -A \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}(\omega t)$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

t(s)	0	T/4	T/2	3T/4	T
v(ms^{-1})	0	$-A\omega$	0	$A\omega$	0

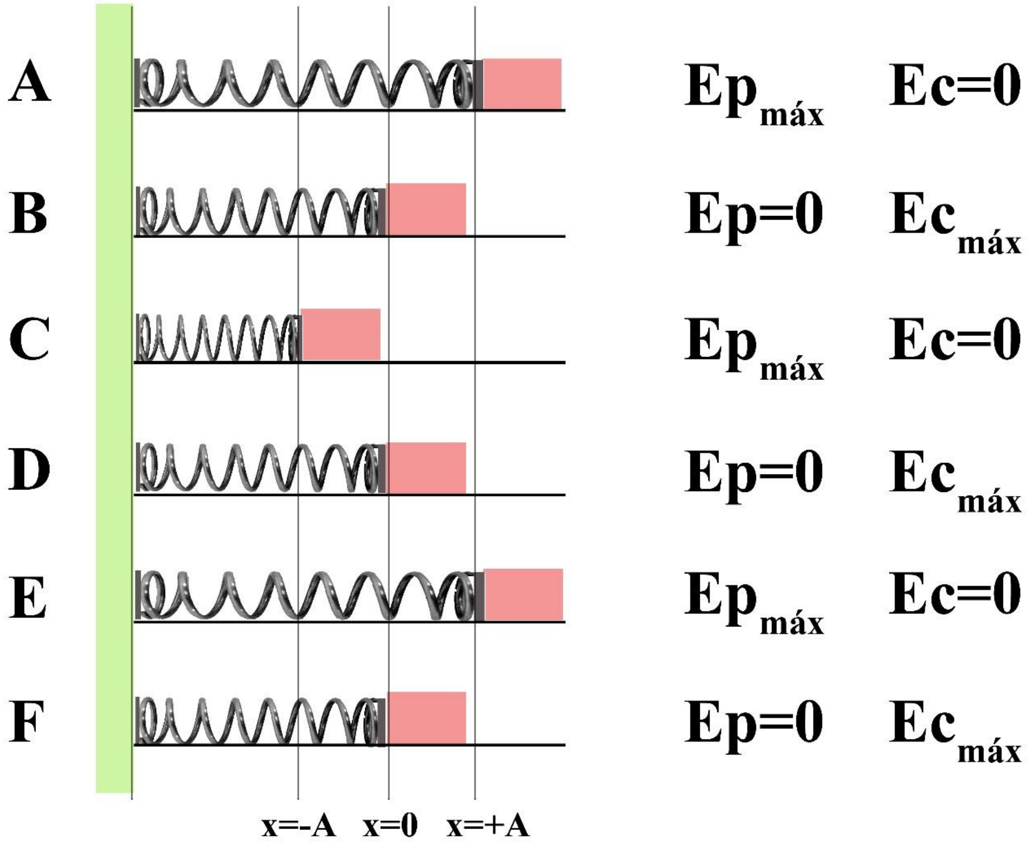


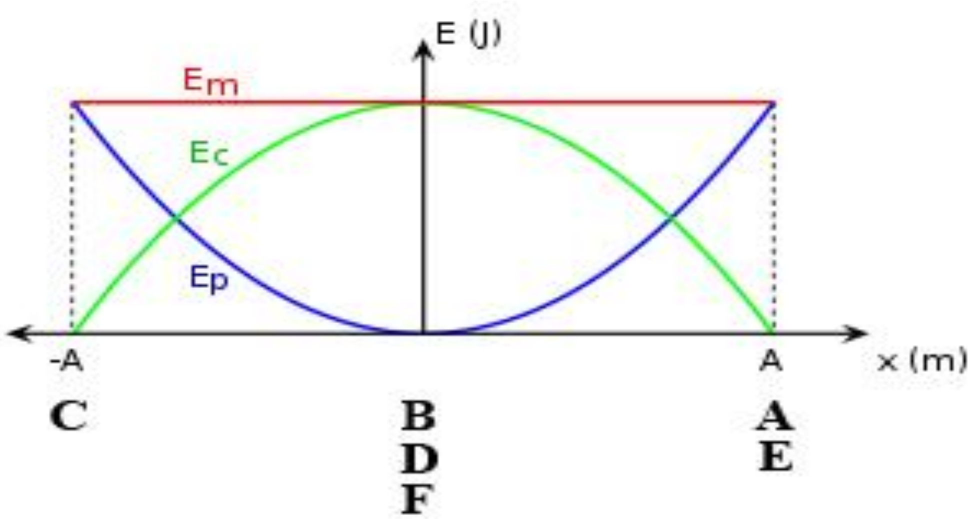
$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t)$$

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

t(s)	0	T/4	T/2	3T/4	T
a(ms^{-2})	$-A\omega^2$	0	$-A\omega^2$	0	$-A\omega^2$

ENERGÍA MECÁNICA DEL MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE





$$\left.\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} k \cdot (A^2 - x^2) \\ Ep_e &= \frac{1}{2} k \cdot x^2 \end{aligned}\right\} E_m = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

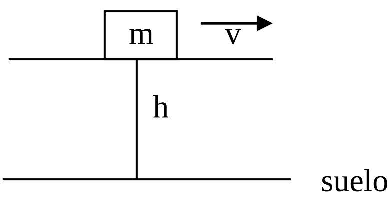
2. CARACTERÍSTICAS DIFERENCIADORAS DE LAS ONDAS

2.1.- Fenómenos ondulatorios: pulsos y ondas.

Movimiento ondulatorio:

La energía se puede transportar de dos formas:

1) La transporta un cuerpo que se mueve



$$\left.\begin{array}{l} Ec=½mv^2 \\ Ep=mgh \end{array}\right\} Em$$

2) La transportan las ondas: Un movimiento ondulatorio (onda) es una perturbación energética que se propaga en un medio. Un movimiento ondulatorio nunca transporta masa; siempre transporta energía y cantidad de movimiento.

Ejemplos de movimientos ondulatorios:

1) La onda que se produce cuando una piedra que se arroja a un estanque.
2) Propagación de un MVAS: a una cuerda se le sacude reiteradamente y ésta transporta el movimiento armónico simple que se está provocando en uno de sus extremos con la sacudida.

Definición de pulso: Un pulso es un movimiento ondulatorio instantáneo (una onda instantánea).

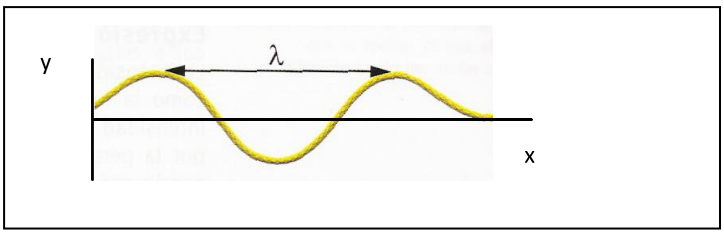
Se llama tren de ondas o grupo de ondas cuando la perturbación dura un cierto tiempo.

2.2.- Periodicidad espacial y temporal de las ondas; su interdependencia.

Demostraremos que los movimientos ondulatorios son doblemente periódicos: respecto del tiempo (T) y respecto del espacio (λ).

Período (T): es el tiempo que tarda la onda en dar una vibración completa (tiempo que tarda la onda en recorrer una longitud de onda). Unidades S.I.: segundos (s)

Longitud de onda (λ): es la distancia que hay entre dos puntos en un mismo estado de vibración, por ejemplo, entre dos valles consecutivos o dos crestas consecutivas.
Unidades S.I.: metros (m).



Se tiene que ambas magnitudes están conectadas íntimamente con la velocidad de propagación de la onda, también llamada velocidad de fase, que es una constante para cada medio por donde viaja la onda.

$$v = \frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad = \text{constante} \ \ \text{(para cada medio)}$$

$v = \frac{\lambda}{T}$ Aquí se ve la interdependencia entre la longitud de onda (λ) y el período (T) (entre la periodicidad espacial y la temporal).

La frecuencia (*f* o ν) de una onda es una característica del centro emisor y es una constante.

2.3.- Rasgos diferenciales de ondas y partículas:

1) Partículas:

Desde el punto de vista macroscópico, las partículas deben moverse para transportar la energía que esté asociada a ellas (hay transporte de materia que acompaña al transporte energético).

Una partícula, desde el punto de vista macroscópico, es fácilmente localizable en cualquier punto de su trayectoria.

2) Ondas:

Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento sin que se transporten las partículas (no hay transporte de materia que acompañe al transporte energético).

Las ondas están deslocalizadas espacialmente, luego no se pueden localizar en un punto determinado del espacio.

2.4.- Las ondas como propagación de una perturbación local.

Un movimiento ondulatorio es una perturbación de una magnitud física (escalar o vectorial) que se propaga en un medio e interacciona con él. Ejemplos:

1) Una variación de presión, lo que origina una onda de presión.

2) Una variación de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ implica una onda electromagnética.

3) Una variación de temperatura, y origina una onda térmica.

2.5.- Clasificación de las ondas:

Hay varios criterios para clasificar las ondas:

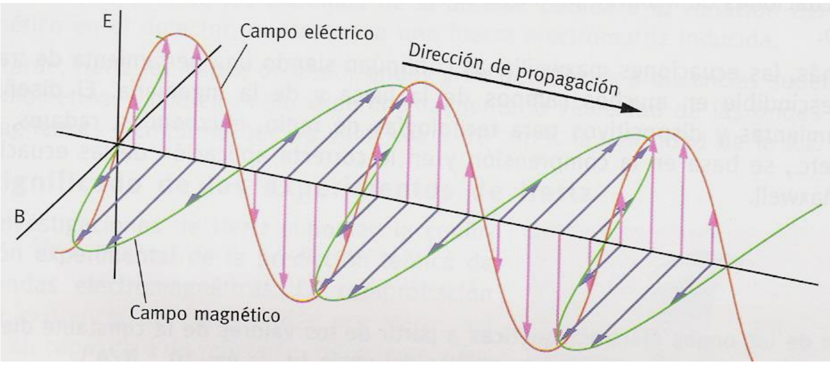
1er CRITERIO: atendiendo al MEDIO donde se propagan:

1) Ondas mecánicas: son aquellas que necesitan un medio material para su propagación.

   Por ejemplo: - sonido (v=340 m/s)
   - onda que viaja por una cuerda.

2) Ondas no mecánicas : son aquellas que no necesitan un medio material para su propagación, aunque también pueden viajar en algunos medios materiales.

   Por ejemplo: la luz es una onda electromagnética que no necesita un medio material para propagarse.



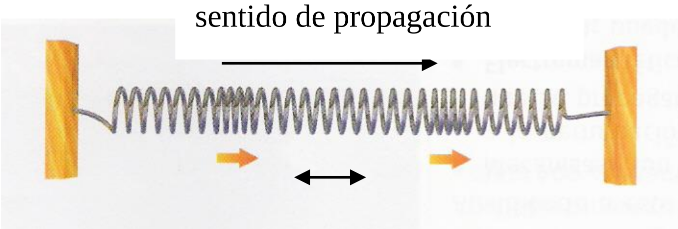
c = 300.000 km/s

2º CRITERIO: atendiendo a la RELACIÓN entre la DIRECCIÓN de propagación y la VIBRACIÓN de las partículas del medio.

Se clasifican en:

1) Ondas longitudinales: son aquellas ondas en las que la vibración de las partículas del medio lleva la misma dirección que la propagación de la onda.

sentido de propagación



vibración de la partícula

Ej.:- vibración de un muelle
- el sonido

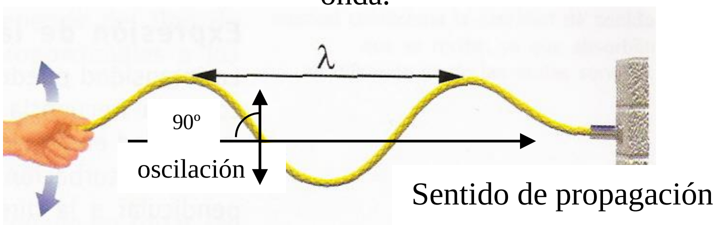
- Representación matemática de una onda que se propaga en el eje X y las oscilaciones se producen en el eje X:

$x = A\ \mathrm{sen}(\omega t)$; $\qquad x = A\ \mathrm{sen}(\omega t - kx)$ $\qquad (k=\frac{2\pi}{\lambda})$

Si nos fijamos en un punto situado en el origen

Si el punto está a la derecha del origen

2) <u>Ondas transversales:</u> son aquellas ondas en las que la vibración de las partículas del medio es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.



Ej.: - luz
- onda que viaja por una cuerda

- Representación matemática de una onda que se propaga en el eje X y las oscilaciones se producen en el ejeY:

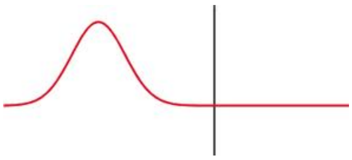
$y=A\ sen(\omega t)$;	$y=A\ sen(\omega t - kx)$
Si nos fijamos en un punto situado en el origen	Si el punto está a la derecha del origen

<u>3^{er} CRITERIO: Atendiendo al FRENTE DE ONDA:</u>

Denominamos frente de onda al lugar geométrico de todos los puntos afectados por la perturbación en un mismo instante.

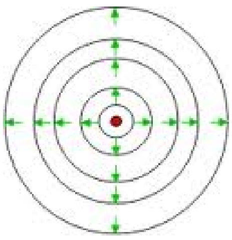
Según el frente de onda, se clasifican en:

1) <u>Ondas unidimensionales:</u> son aquellas ondas en las que la energía se propaga en una sola dirección. Son ondas planas.



Ejemplo: onda que se propaga por una cuerda. Se observa que el frente de onda es plano.

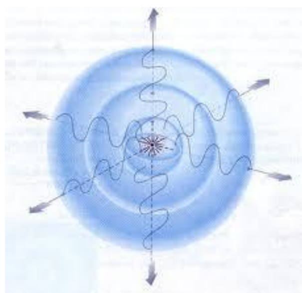
2) <u>Ondas bidimensionales:</u> son aquellas ondas en las que la energía se propaga en dos dimensiones. El frente de onda es una onda circular.



Ejemplo: onda que se forma cuando se tira una piedra a un estanque.

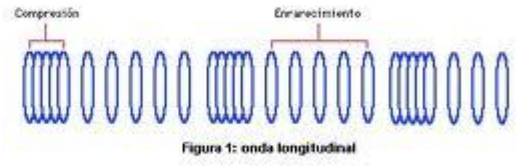
3) <u>Ondas tridimensionales:</u> son aquellas ondas en las que la energía se propaga en las tres dimensiones. El frente de onda es una onda esférica.

Ejemplo: el sonido (viaja en las tres dimensiones)

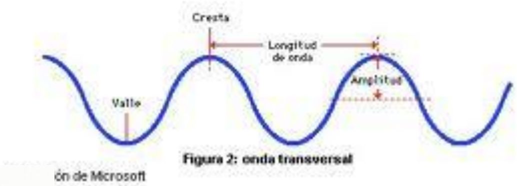


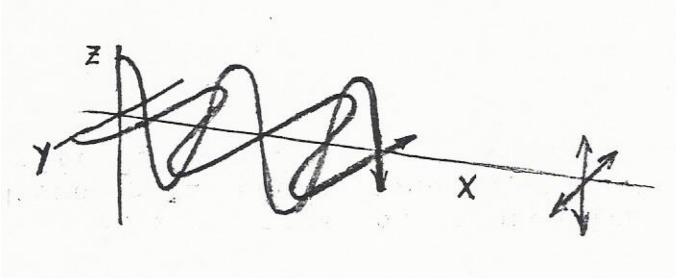
3. FENÓMENOS DE POLARIZACIÓN. ONDAS POLARIZADAS.

Si una onda es longitudinal sólo hay posibilidad de vibración en la dirección de propagación,



Mientras que en las transversales puede darse la vibración en cualquiera de los planos perpendiculares a la dirección de propagación, siempre que la onda no esté polarizada:

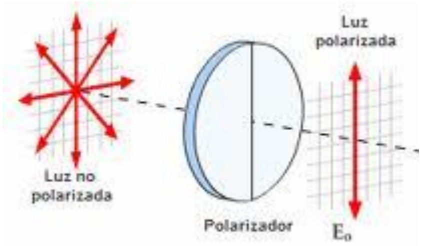




Dos posibles planos de vibración en una onda no polarizada

Las ondas longitudinales no pueden polarizarse pero las ondas transversales sí.

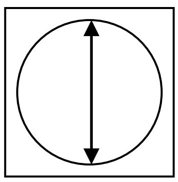
La polarización consiste en "suprimir" planos de vibración de una onda transversal por medio de un dispositivo llamada polarizador de ondas.



Un polarizador es una sustancia que tiene la propiedad de suprimir planos de vibración de la onda transversal incidente. La polarización también se puede producir por reflexión, refracción, absorción, difracción o difusión.

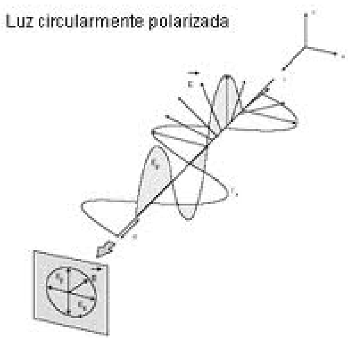
Hay tres tipos de polarización:

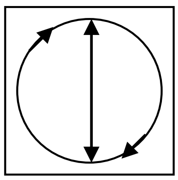
1) Polarización lineal o longitudinal.



Se mantiene un único plano de vibración (es la polarización más importante). Es la que corresponde a la figura anterior.

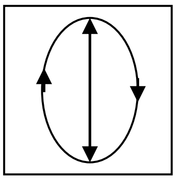
2) Polarización circular:





La amplitud de vibración es constante y cambia la dirección de vibración sobre un círculo.

3) Polarización elíptica:



Es similar a la circular, pero en este caso, en una de las direcciones alcanza más amplitud que en la otra.

El polarizador más usado es el polarizador por doble refracción (calcita), aunque también se utiliza mucho el prisma de Nicol.

Es especialmente interesante la polarización de la luz: en fotografía, para eliminar reflejos o para obtener determinados efectos; en óptica, también para eliminar reflejos en las lentes; en cristalografía para observar determinados minerales; etc.

4. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN; FACTORES DE LOS QUE DEPENDE. ECUACIÓN DE LAS ONDAS ARMÓNICAS.

$$\boxed{v = \frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f}$$

Depende de:

1) Del tipo de onda
   - a) Ondas longitudinales v_{oL}
   - b) Ondas transversales v_{oT}

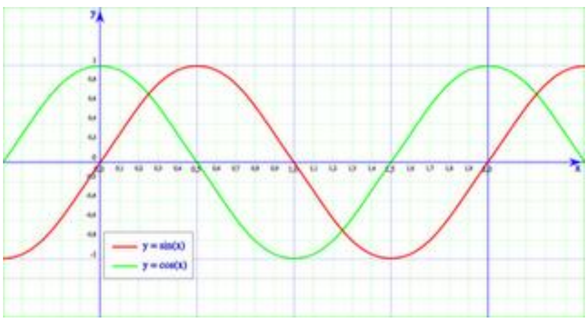
2) De las características del medio : depende del medio material considerado y de las condiciones en que éste se encuentre:
   - Elasticidad
   - Rigidez

3) Del estado en que se encuentre el medio: sólido, líquido o gas. (Nos viene dado por la densidad del medio).

4.1.- Magnitudes de una onda: Amplitud, frecuencia, período, longitud de onda y número de onda; relaciones entre ellas.

La ecuación general de una onda armónica unidimensional es la siguiente:

Ondas transversales
- y = Asen(ωt-kx)
- y = Acos(ωt-kx)



y=senx

y=cosx

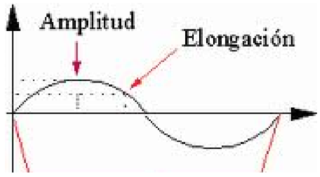
Si las ondas son longitudinales entonces vendrán en función de x:

Ondas longitudinales
- x = Asen(ωt-kx)
- x = Acos(ωt-kx)

Tanto en unas como en otras podemos distinguir las siguientes características:

1) <u>Amplitud de onda:</u> (A)

Es la máxima elongación.

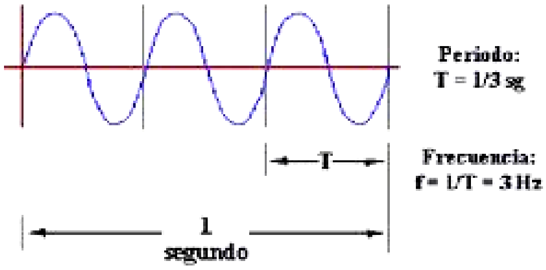


2) <u>Pulsación de onda</u>: (ω)

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2f\pi$, sería algo así como los radianes que recorre la onda en cada segundo.

3) <u>Período</u>: (T)

Es el tiempo que tarda la onda en dar una vibración completa. También se define como el tiempo que tarda la onda en recorrer una longitud de onda.

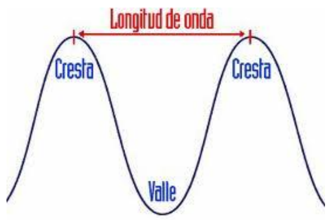


4) <u>Frecuencia</u>: (f)

Es el número de vibraciones por segundo. También se define como la inversa del período. f = 1/T.

5) <u>Longitud de onda</u>: (λ)

Es la distancia que hay entre dos crestas consecutivas o entre dos valles consecutivos.



6) <u>Número de ondas o constante de propagación</u>: (k)

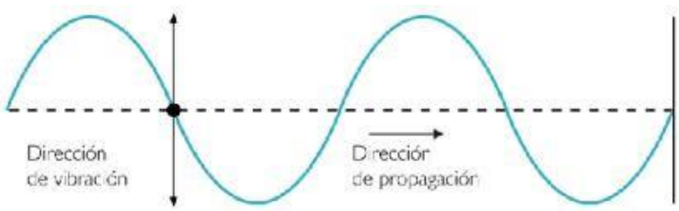
$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, es el número de veces que vibra la onda en un recorrido de 2π radianes.

Magnitud	A	y	ω	f	T	k	v
S.I.	m	m	rad/s	Hz	s	m^{-1}	m/s

La relación que hay entre estas magnitudes es a través de la velocidad de propagación de la onda:

$$\left[v = \frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}\right] \qquad \boxed{v = \frac{\omega}{k}} \qquad \left[v = \frac{\omega}{k} = \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{T}\right] \qquad \boxed{v = \frac{\lambda}{T}}$$

No hay que confundir la velocidad de vibración de las partículas (velocidad del M.A.S. de dichas partículas) que se calcula derivando la ecuación, con la velocidad de propagación de la onda (velocidad de avance de la perturbación).



La frecuencia es una constante y no cambia aunque pase la onda de un medio a otro.

4.2.- Ondas armónicas; expresión matemática de la función de onda y descripción de sus características.

Ecuación de la elongación del foco en función del tiempo: $y_{foco} = A \cdot sen\,\omega t$

Ecuación de la elongación de un punto en concreto de la cuerda en función del tiempo: $y = A \cdot sen\,\omega(t - t')$ siendo t´ el tiempo que tarda en llegar el impulso a un punto de la cuerda. Por tanto (t-t´) es el tiempo que la onda lleva propagándose por el punto en cuestión al que le estamos calculando la elongación.

Esta ecuación es válida suponiendo un desplazamiento de la onda en la cuerda de izquierda a derecha. Para un desplazamiento de derecha a izquierda la ecuación sería $y = A \cdot sen\,\omega(t + t')$.

Vamos a operar sobre la primera ecuación planteada para la elongación de un punto en concreto de la cuerda:

$$y = A \cdot sen\,\omega(t - t') = \left\{ t' = \frac{x}{v} \right\} = A \cdot sen\,\omega(t - \frac{x}{v}) = \left\{ \omega = \frac{2\pi}{T} \right\} =$$

$$= A \cdot sen\frac{2\pi}{T}(t - \frac{x}{v}) = A \cdot sen\,2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{T \cdot v}) = A \cdot sen\,2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

Ecuación general del movimiento ondulatorio $\boxed{y = A \cdot sen\,2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})}$

A la vista de la ecuación se observa que el movimiento ondulatorio es doblemente periódico: en el tiempo y en el espacio.

Al término $2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$, que es el ángulo sobre el que se calcula el seno, se le denomina fase. Dos puntos en fase están separados un número entero de longitudes de onda. En ocasiones, para ajustarse a las condiciones iniciales, la ecuación debe incluir una constante ρ_o, que recibe el nombre de fase inicial.

La ecuación aparecería así:

$$\boxed{y = A \cdot sen\,(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \rho_o)}$$

Otras expresiones de la ecuación de ondas, partiendo de $y = A \cdot sen\,2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$, serían:

$$y = A \cdot sen(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}) = A \cdot sen(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x) = A \cdot sen(\omega t - kx)$$

$$y = A \cdot sen(\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{t\lambda}{T} - \frac{x\lambda}{\lambda})) = A \cdot sen(k(\frac{t\lambda}{T} - x)) = A \cdot sen\;k(vt - x)$$

En general, la ecuación de una onda mecánica que se propaga en un medio, definida en un punto de dicho medio que dista x metros del foco inicial de la onda, viene dada por:

- Onda **transversal** que se propaga hacia la derecha (-) o hacia la izquierda (+).

$$\boxed{y = Asen\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]};\ \text{o bien; } \boxed{y = Asen(\omega t \pm kx + \varphi)}$$

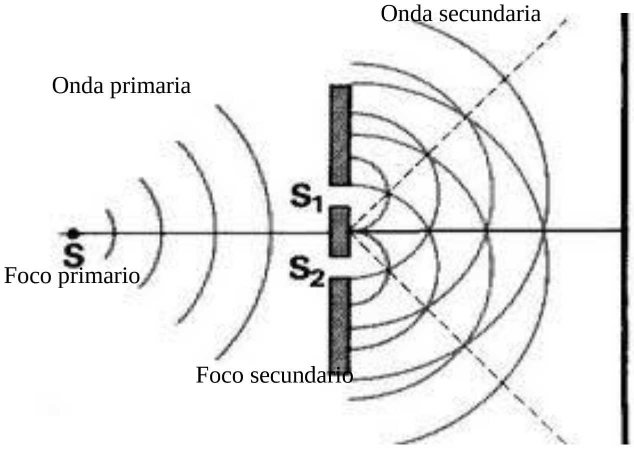
- Onda **longitudinal** que se propaga hacia la derecha (-) o hacia la izquierda (+).

$$\boxed{x = Asen\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]};\ \text{o bien; } \boxed{x = Asen(\omega t \pm kx + \varphi)}$$

5. ESTUDIO CUALITATIVO DE ALGUNAS PROPIEDADES DE LAS ONDAS. Reflexión, Refracción, Difracción e Interferencias.

5.1.- Principio de Huygens-Fresnel.

"Cuando una onda interacciona con un obstáculo, el punto de interacción se transforma en un nuevo foco emisor de ondas"

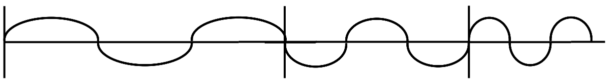


Con el principio de Huygens-Fresnel se explica perfectamente la reflexión, la refracción, la difracción y las interferencias propiamente dichas. También se explica la polarización y la absorción de las ondas.

5.2.- Propagación de una onda; reflexión, refracción y difracción en la superficie de separación de dos medios.

Una onda, cuando viaja, puede atravesar dos o más medios al encontrárselos en su camino.

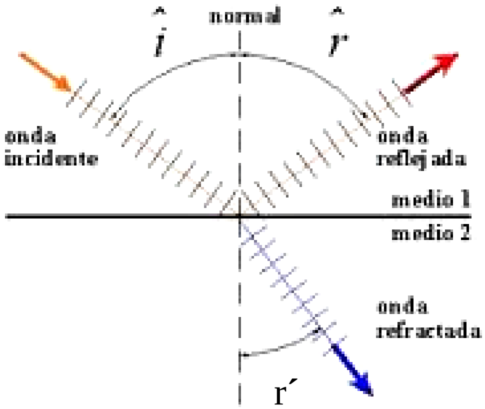
1	2	3
v_1=cte	v_2=cte	v_3=cte



			$v_1 \neq v_2 \neq v_3$
k_1	k_2	k_3	$k_1 \neq k_2 \neq k_3 \rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$
A_1	A_2	A_3	$A_1 \neq A_2 \neq A_3$

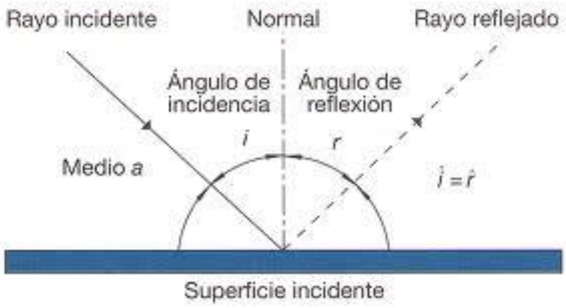
Algunas características de la onda cambian y otras permanecen constantes. Cuando una onda que viaja por un medio pasa a otro medio, suelen ocurrir fenómenos de reflexión, refracción y absorción, y esto ocurre en la frontera que separa a ambos medios (interfase).

Lo que sucede en la frontera de ambos medios es un fenómeno de interferencia en el cual se producen simultáneamente una reflexión, una refracción y una absorción, en mayor o menor cantidad. Prescindiremos de la absorción.



REFLEXIÓN:

Es el cambio de dirección que experimenta una onda cuando choca con una superficie apropiada (superficie reflectante). La onda vuelve al mismo medio de donde procede.

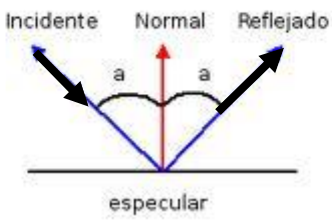


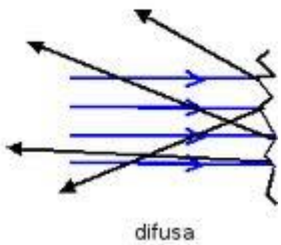
Leyes de la reflexión (Son debidas a Snell-Descartes):

1) La onda incidente, la normal y la onda reflejada están en el mismo plano.

2) El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. $\hat{i} = \hat{r}$

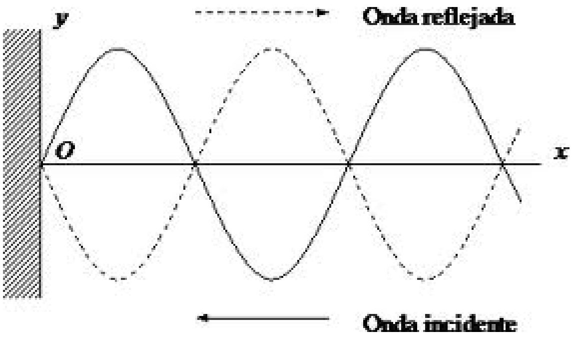
Estas leyes las cumple solamente la llamada reflexión nítida o especular; la reflexión difusa o irregular no cumple estas leyes.





Complemento de ondas:

En el caso de que la onda incida perpendicularmente, su onda reflejada es:



$$y = A\operatorname{sen}(\omega t+kx)$$
$$y_R = -\,A\operatorname{sen}(\omega t-kx)$$

$$y_R = A\operatorname{sen}(\omega t+kx+\pi) = -A\operatorname{sen}(\omega t-kx)$$

Al tener un desfase de π radianes, la amplitud es negativa y al propagarse hacia la derecha en lugar de hacia la izquierda, en vez de restar –kx, se suma +kx.

En el caso de una cuerda, si ésta tiene un extremo fijo sí hay un cambio de fase. Si no tiene extremo fijo, sino que el extremo es libre, no hay cambio de fase.

Extremo libre:

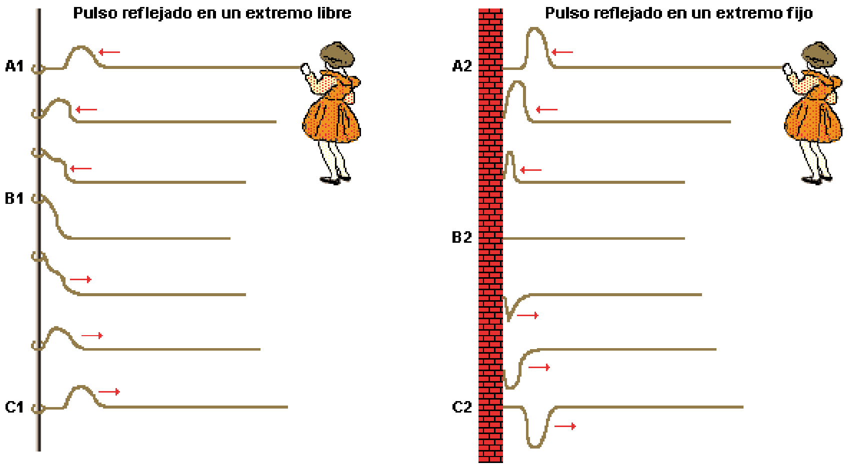
$y = A\operatorname{sen}(\omega t+kx)$

$y_R = A\operatorname{sen}(\omega t-kx)$

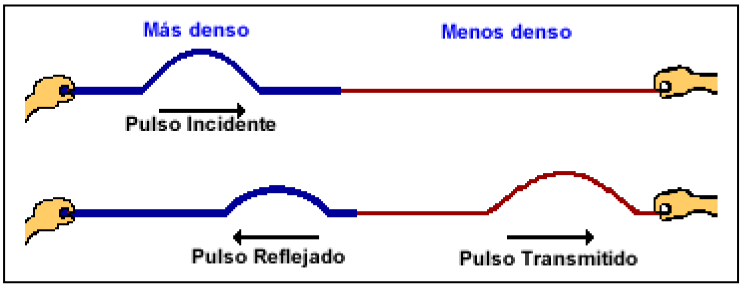
Extremo fijo:

$y = A\operatorname{sen}(\omega t+kx)$

$y_R = -\,A\operatorname{sen}(\omega t-kx)$

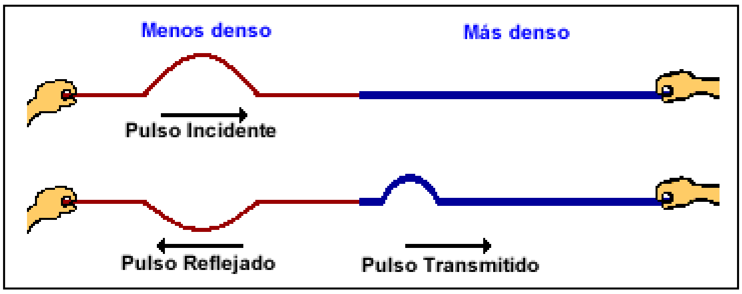


Si la reflexión tiene lugar sobre un medio más denso, se produce un cambio de fase. Si la reflexión tiene lugar sobre un medio menos denso, no se produce un cambio de fase (en la onda reflejada).



A menos denso:

$y = A\operatorname{sen}(\omega t-kx)$
$y_R = A\operatorname{sen}(\omega t+kx)$

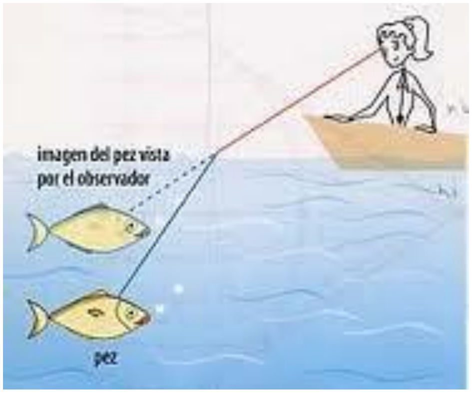


A más denso:

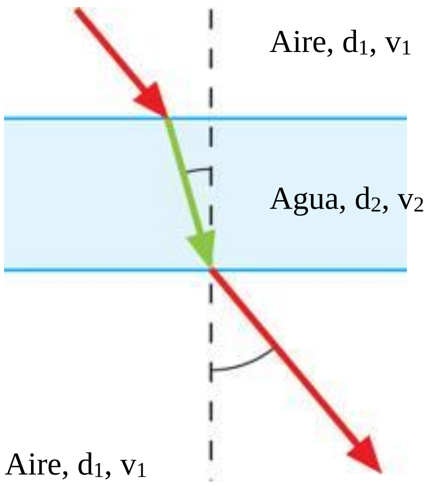
$$y = A\text{sen}(\omega t - kx)$$
$$y_R = -\,A\text{sen}(\omega t + kx)$$

REFRACCIÓN:

Es el cambio de dirección que sufre una onda cuando pasa de un medio a otro medio de diferente densidad. La refracción se da porque la onda viaja a diferente velocidad en los medios.



Se pueden dar dos casos:



1) De un medio menos denso a un medio más denso:

Cuando la onda refractada se acerca a la normal, significa que la velocidad de la onda ha disminuido en ese medio.

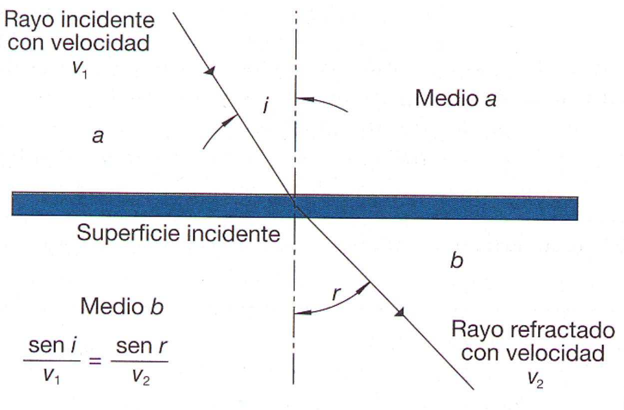
$d_1 < d_2$ $\qquad v_1 > v_2$

2) De un medio más denso a un medio menos denso:

Cuando la onda refractada se aleja de la normal, quiere decir que la velocidad de la onda ha aumentado.

$d_2 > d_1$ $\qquad v_2 < v_1$

Leyes de la refracción (Snell-Descartes).



1) La onda incidente, la normal y la onda refractada están en el mismo plano.

2) El seno del ángulo de incidencia dividido por el seno del ángulo de refracción es una constante y es igual al cociente entre la velocidad en el primer medio y la velocidad en el 2º medio.

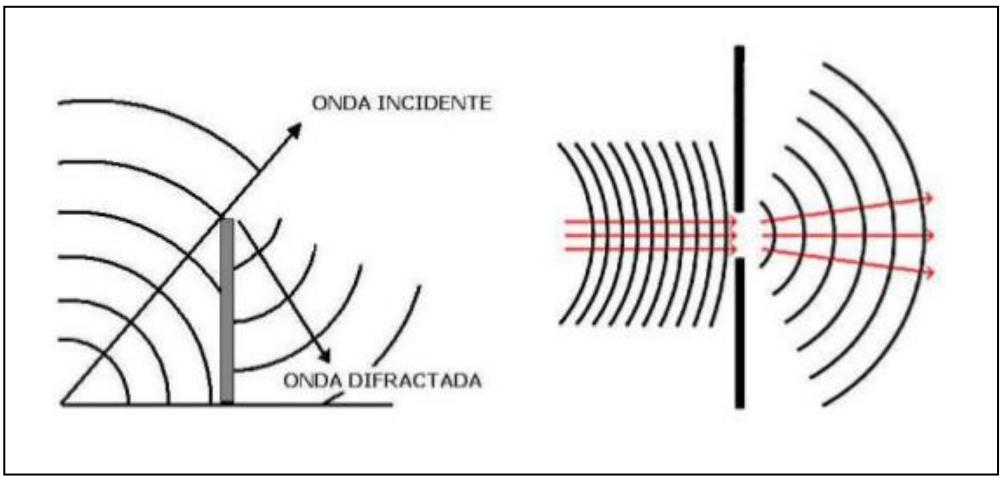
$$\frac{sen\hat{i}}{sen\hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \text{constante}$$

DIFRACCIÓN. Diferencias de comportamiento de la luz y del sonido en los fenómenos cotidianos.

La difracción de ondas es un caso particular de interferencia de ondas. Todos los tipos de ondas sufren este fenómeno llamado difracción. La palabra difracción significa literalmente rotura, rompimiento o mutilación de una onda.

La difracción es la propiedad que tienen las ondas de bordear los obstáculos. Es la desviación en la propagación rectilínea de las ondas cuando éstas atraviesan una abertura o pasan próximas a un obstáculo.

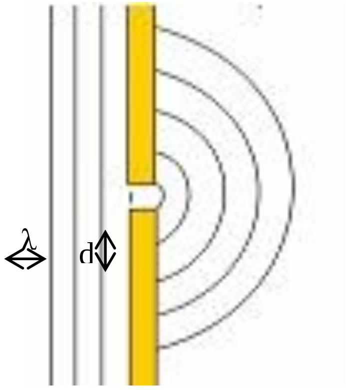
Gracias a la difracción de las ondas se escucha el sonido detrás de las puertas y de las paredes y gracias a la difracción las sombras a veces no son nítidas, sino que aparecen zonas de penumbra.



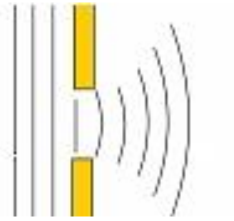
Condiciones que tiene que cumplir un movimiento ondulatorio para que se dé la difracción.

Supongamos que se tiene una rendija:

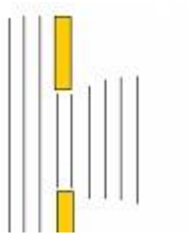
1) Si λ > d se da siempre la difracción. Cuanto mayor sea λ respecto de la apertura de la rendija (d), más se da la difracción:



2) Si λ se aproxima a d, la difracción es pequeña y sólo se da en los bordes:



3) Si λ < d no se da nunca la difracción; la onda pasa directamente sin difractarse



La explicación de la difracción es proporcionada por el Principio de Huygens-Fresnel. Las ondas luminosas y las ondas electromagnéticas también se difractan.

La difracción de una onda va a depender de la longitud de onda y del obstáculo que la onda se encuentra. En nuestro mundo macroscópico, las ondas de radio y las ondas sonoras se difractan muy bien porque tienen una longitud de onda muy grande. Sin embargo, las ondas de televisión se difractan muy mal porque tienen una longitud de onda muy pequeña; de ahí que sea necesaria la utilización de repetidores.

Conclusión final:

Con objetos macroscópicos las ondas que tienen una λ grande o muy grande se difractan bien o muy bien. Las ondas que tienen una λ pequeña o muy pequeña se difractan mal o muy mal.

5.3.- <u>Superposición de ondas; descripción cualitativa de los fenómenos de interferencia de dos ondas:</u>

Cuando dos o más ondas coinciden en un punto del medio donde se propagan se produce un fenómeno de interferencia que se caracteriza por:

- Cada onda continúa su propagación sin sufrir modificaciones tras interferir con otras. La interferencia sólo se aprecia en el punto donde coinciden ambas ondas.
- Se cumple el principio de superposición según el cual la perturbación resultante en el punto de interferencia es la suma de las perturbaciones que cada onda produciría por separado. Si las ondas que interfieren son de la misma dirección la suma de ambas coincide con su suma algebraica. Si las ondas que interfieren no son de la misma dirección, habrá que atribuirles carácter vectorial y sumar vectorialmente.

Estudiaremos el caso de las interferencias entre ondas coherentes, es decir, ondas que tienen la misma amplitud de vibración (A), la misma longitud de onda (λ) y el mismo periodo (T). Pueden estar en fase o presentar una diferencia de fase constante.

Consideraremos la interferencia entre dos ondas coherentes que se propagan en la misma dirección:

$$y_1 = Asen(\omega t - kx_1) \quad ; \quad y_2 = Asen(\omega t - kx_2)$$

Según el principio de superposición: $y = y_1 + y_2$

$$y = y_1 + y_2 = Asen(\omega t - kx_1) + Asen(\omega t - kx_2)$$

Teniendo en cuenta que $sen\ a + sen\ b = 2 \cdot sen\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$; resulta:

$$y = 2A \cdot sen\left(\frac{\omega t - kx_1 + \omega t - kx_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega t - kx_1 - \omega t + kx_2}{2}\right) =$$

$$= 2A \cdot sen\left[\omega t - k\left(\frac{x_2 + x_1}{2}\right)\right] \cdot \cos k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right) = A_r \cdot sen(\omega t - kx)$$

Donde: $A_r = 2A \cdot \cos k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)$ (constante, es decir, independiente del tiempo) y

$$x = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

Según el resultado de la interferencia podremos hablar de:

- Interferencia constructiva: la perturbación resultante está reforzada respecto a las que interfieren. La interferencia es máxima cuando A_r adquiere su valor máximo y esto sucede si :

$$k\cdot\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{x_2-x_1}{2}=n\cdot\pi \;\;;\;\; \text{con}\;\; n=0,\,1,2,\,\ldots$$

o sea, si $\boxed{x_2\text{-}x_1 = n\cdot\lambda}$ (La diferencia del camino recorrido por las ondas en el punto de interferencia debe ser un múltiplo entero de la longitud de onda).

- Interferencia destructiva: la perturbación resultante está debilitada respecto a las que interfieren. La interferencia es nula cuando A_r adquiere su valor nulo y esto sucede si :

$$k\cdot\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{x_2-x_1}{2}=(2\cdot n+1)\cdot\frac{\pi}{2} \;\;;\;\; \text{con}\;\; n=0,\,1,2,\,\ldots$$

o sea, si $\boxed{x_2-x_1=(2\cdot n+1)\cdot\frac{\lambda}{2}}$ (La diferencia del camino recorrido por las ondas en el punto de interferencia debe ser un múltiplo entero impar de semilongitudes de onda). Las ondas interfieren en oposición de fase.

5.4.- <u>Ondas estacionarias: ondas estacionarias en resortes y cuerdas. Ecuación de una onda estacionaria y análisis de sus características. Diferencias entre ondas estacionarias y ondas viajeras.</u>

Dos ondas armónicas de iguales amplitud, periodo y longitud de onda que se propaguen en la misma dirección pero en sentidos opuestos producen una interferencia conocida como *onda estacionaria*. La onda estacionaria se comporta como un conjunto de osciladores armónicos en fase sin que se observe propagación de energía en el espacio. Hay nodos (puntos en reposo), vientres (puntos que oscilan con amplitud máxima) y puntos que oscilan en situación intermedia respecto a nodos y vientres.

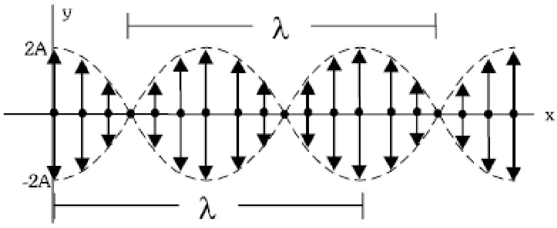
Aunque tradicionalmente se les denomine ondas estacionarias, el resultado de este tipo de interferencia <u>no corresponde realmente a un movimiento ondulatorio</u>.

Pueden obtenerse ondas estacionarias por tres procedimientos:

1º) Provocando simultáneamente ondas coherentes en los dos extremos libres de una cuerda. Ambas ondas se propagan en sentidos contrarios e interfieren originando una onda estacionaria.

$$y_1 = Asen(\omega t - kx)$$

$$y_2 = Asen(\omega t + kx)$$



Aplicando la misma relación trigonométrica de antes, y teniendo en cuenta que cos(-kx) = cos(+kx):

$$y = y_1 + y_2 = Asen(\omega t - kx) + Asen(\omega t + kx) = 2A\cdot sen\omega t\cdot \cos kx$$

si A_r=$2A\cdot coskx$; podemos escribir: $\boxed{y = A_r\cdot sen\omega t}$

Obsérvese que A_r es independiente del tiempo y depende de la posición, x, del punto considerado. El valor de A_r presenta máximos y mínimos (vientres o antinodos), así como, valores nulos (nodos).

* <u>Condición de vientres:</u> A_r debe ser máxima ($A_r = 2\cdot A$) y ello corresponde a

$$\cos kx = \pm 1; \quad kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = n\cdot\pi \quad ; \quad x = n\cdot\frac{\lambda}{2}$$

Los vientres son puntos situados sucesivamente en posiciones dadas por $\boxed{x = n\cdot\frac{\lambda}{2}}$ (con n = 0, 1, 2, …) y en ellos la amplitud corresponde a $A_r = 2\cdot A$.

* <u>Condición de nodos:</u> A_r debe ser nula ($A_r = 0$) y ello corresponde a

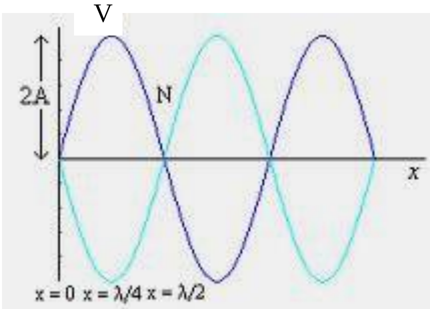
$$\cos kx = 0; \quad kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = (2n+1)\cdot\frac{\pi}{2} \quad ; \quad x = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{4}$$

Los nodos son puntos situados sucesivamente en posiciones dadas por $\boxed{x = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{4}}$ (con n = 0, 1, 2, …) y en ellos la amplitud corresponde a $A_r = 0$

2º) En una cuerda sujeta por un extremo se provocan perturbaciones continuas en el extremo libre. Las ondas provocadas se propagan, llegan al extremo fijo, se reflejan y se obtienen ondas reflejadas coherentes con las incidentes que se propagarán en sentido contrario a éstas. La interferencia resultante provoca una onda estacionaria.

$$y_1 = Asen(\omega t + kx)$$

$$y_2 = -Asen(\omega t - kx)$$



$$y = y_1 + y_2 = Asen(\omega t + kx) - Asen(\omega t - kx) = 2A\cdot senkx\cdot\cos\omega t$$

Ahora hay que aplicar la relación: $sen\, a - sen\, b = 2\cdot sen\left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$;

si $A_r = 2A\cdot senkx$; podemos escribir: $\boxed{y = A_r\cdot\cos\omega t}$

Obsérvese que A_r es independiente del tiempo y depende de la posición, x, del punto considerado. El valor de A_r presenta máximos y mínimos (vientres o antinodos), así como, valores nulos (nodos).

* <u>Condición de vientres:</u> A_r debe ser máxima ($A_r = 2\cdot A$) y ello corresponde a

$$senkx = \pm 1; \quad kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad ; \quad x = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{4}$$

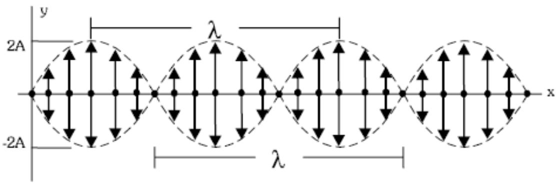
Los vientres son puntos situados sucesivamente en posiciones dadas por los puntos con $\boxed{x = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{4}}$ (con n= 0, 1, 2, …) y en ellos la amplitud corresponde a $A_r = 2\cdot A$.

* <u>Condición de nodos:</u> A_r debe ser nula ($A_r = 0$) y ello corresponde a $sen kx = 0$; $kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = n \cdot \pi$; $x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

Los nodos son puntos situados sucesivamente en posiciones dadas por $\boxed{x = n \cdot \frac{\lambda}{2}}$ (con n = 0, 1, 2, …) y en ellos la amplitud corresponde a $A_r = 0$.

3º) Cuerda con sus dos extremos fijos en la que se produce una onda armónica mediante una perturbación en uno de sus puntos. La onda se propaga reflejándose en los dos extremos fijos y se obtienen ondas reflejadas que interfieren y originan una onda estacionaria.

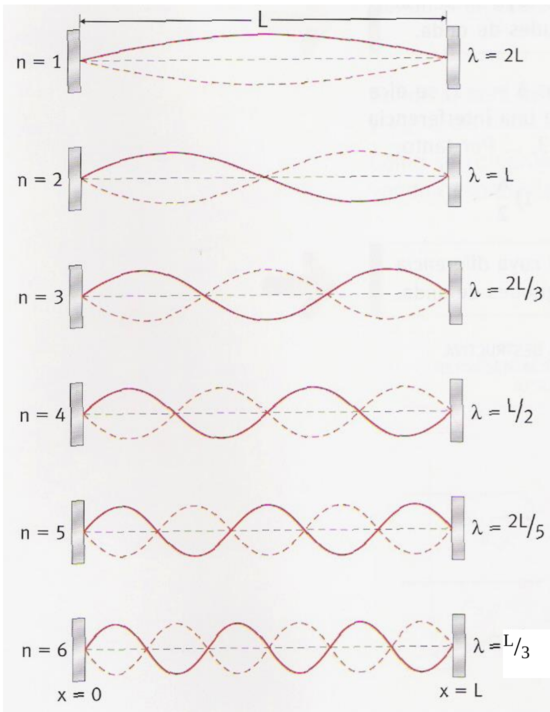
La ecuación de la onda estacionaria y las condiciones de nodos y vientres se deducen de forma totalmente análoga al caso anterior.



<u>Armónicos en una Onda Estacionaria</u>

Al tener la cuerda los extremos fijos, no sólo tendremos un nodo para x= 0, sino también para x = L. Esto hace que no podamos tener en la cuerda cualquier onda estacionaria, con cualquier λ, sino que se debe cumplir una nueva condición:

$$x_{nodos} = n \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad \rightarrow L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2L}{n}}$$



No podremos tener ondas estacionarias con cualquier λ, sólo aquellas que cumplan la condición anterior. Por lo tanto la frecuencia de vibración tampoco podrá ser cualquiera, sino la que corresponda a dichas longitudes de onda. Las diferentes frecuencias obtenidas se denominan **armónicos**.

En un instrumento musical, el armónico fundamental (primer armónico, frecuencia obtenida para n = 1) es el que nos indica la nota musical que estamos tocando; el resto de los armónicos nos dan el timbre, que diferencia unos instrumentos musicales de otros.

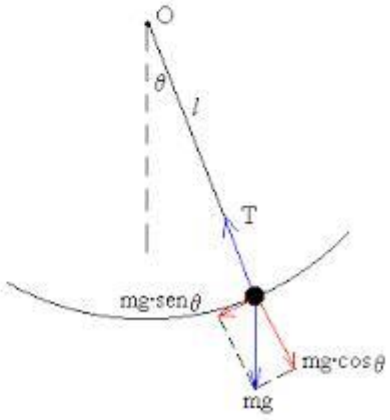
Diferencias entre ondas estacionarias y ondas viajeras

1º) Las ondas viajeras propagan energía y cantidad de movimiento en su sentido de propagación. En las ondas estacionarias no hay propagación de energía ni de cantidad de movimiento, la perturbación no se propaga (en realidad no son ondas).

2º) Las ondas estacionarias equivalen a un conjunto de osciladores armónicos cada uno de los cuales vibra con una amplitud propia, no todos los puntos oscilan con igual amplitud e incluso hay puntos que no oscilan (nodos). En las ondas viajeras todos los puntos oscilan con la misma amplitud.

PÉNDULO SIMPLE

El péndulo simple o péndulo ideal es un sistema idealizado constituido por una masa puntual que está suspendida de un punto fijo o mediante un hilo inextensible y sin peso.



El péndulo simple se denomina así en contraposición a los péndulos reales, compuestos o físicos, únicos que pueden construirse.

¿Cuál es la fuerza restauradora que actúa en el caso del péndulo? Como podemos comprobar en el diagrama de fuerzas de la figura, las fuerzas que actúan sobre la cuerpo son el peso (*m g*) y la tensión (*T*). Cuando el péndulo es desplazado un ángulo θ de la vertical podemos suponer que el peso se descompone en una componente tangencial en todo punto a la trayectoria, de valor $m\,g\,sen\theta$. Esta componente tangencial es positiva cuando el péndulo se desplaza hacia posiciones negativas y negativa cuando el péndulo se desplaza hacia posiciones positivas. Igualmente, es cero en la posición de equilibrio, por lo que podemos afirmar que en un péndulo simple, la componente tangencial del peso actúa en calidad de fuerza restauradora.

$$F = -\,m\,g\,\text{sen}\,\theta$$

El signo negativo indica que el sentido es el opuesto a la separación de la posición de equilibrio. Si el ángulo θ no es demasiado grande (no más de 20º), el valor de $sen\theta$ coincide con el propio valor del ángulo θ, siempre y cuando lo expresemos en radianes; por lo que:

$$F = -m\, g\, \text{sen}\, \theta \simeq -m\, g\, \theta$$

Para esos ángulos pequeños, el arco de circunferencia descrito por el cuerpo es casi una recta (se confunde con la cuerda del arco). Así, podemos escribir:

$$\text{sen}\, \theta \simeq \theta = \frac{x}{l}$$

donde l es la longitud del péndulo. Por tanto, considerando el péndulo desde una perspectiva dinámica similar a la aplicada para un oscilador armónico, tendremos:

$$F = -m\, g\, \text{sen}\theta \simeq -m\, g\, \theta = -m\, g \frac{x}{l}$$

Como, a su vez, F = m a, al igualar ambas ecuaciones, obtenemos:

$$m\, a = -m\, g\, \frac{x}{l} \Longrightarrow a = -\frac{g}{l}\, x$$

Y dado que, según la expresión $a=-\omega^2 x$, se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l} a = -\dfrac{g}{l} \cdot x \\ a = -\omega^2 \cdot x \end{array}\right\} \omega^2 = \frac{g}{l}$$

Puesto que $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, tenemos que: $\dfrac{4\pi^2}{T^2} = \dfrac{g}{l}$

De la ecuación anterior se obtiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Un péndulo simple puede considerarse como un oscilador armónico solo si oscila con amplitudes pequeñas.
- Cuando un péndulo simple se comporta como un oscilador armónico, su periodo es independiente de la masa y solo depende de su longitud para un valor determinado de *g*.

PROBLEMAS DE ONDAS

1) Dada la ecuación de un movimiento ondulatorio en el S.I. $y = 2\text{sen}(\pi t - 0{,}1x)$, calcular:
   a) Amplitud, pulsación, constante de propagación, longitud de onda, período y frecuencia de este movimiento así como el sentido de propagación de la onda
   b) Velocidad de propagación de la onda (velocidad de fase)
   c) Ecuación de onda reflejada
   d) Velocidad de vibración de las partículas del medio para t=2s en x=1m
   e) Velocidad máxima de vibración de las partículas del medio
   f) Aceleración de vibración de las partículas del medio para t=1s y x=1m
   g) Valor de la aceleración máxima de vibración de las partículas del medio
   h) Valor de la elongación en el punto t=2s y x=1m.

2) La expresión matemática de una onda en el S.I. es $y = 3\text{sen}2\pi(0{,}05t - 0{,}01x)$
   a) Calcula la longitud de onda, el período y la velocidad de propagación (velocidad de fase)
   b) Explique si se trata de una onda longitudinal o transversal e indique en qué sentido se propaga.

3) Una onda de frecuencia 500 Hz tiene una velocidad de fase (velocidad de propagación) de 300 m/s y una amplitud de 5 cm. Se propaga en el sentido positivo del eje X. Calcula:
   a) Ecuación de propagación de la onda
   b) ¿Cuál es la separación entre dos puntos que en el mismo instante tienen una diferencia de fase de 60º?
   c) Calcular la diferencia de fase entre dos elongaciones en un mismo punto que estén separados por un intervalo de tiempo de una milésima de segundo.

4) En el centro de un estanque circular de 5m de radio se produce un movimiento ondulatorio en la superficie del agua. Se observa que las ondas tardan 10 s en llegar a la orilla y que la distancia entre dos crestas sucesivas es de 50 cm. La amplitud del movimiento ondulatorio es $2\sqrt{3}$ cm. Calcular
   a) La ecuación del movimiento ondulatorio.
   b) Valor de la elongación en un punto situado a 3,875 m del foco emisor al cabo de 8 s.

5) La ecuación de una onda transversal es $y = 25\ \text{sen}\ (0{,}4t - 1{,}25x)$ (S.I.). Determina:
   a) Velocidad de fase, frecuencia angular, longitud de onda y los puntos que entran en fase y en oposición de fase.
   b) ¿Qué tiempo tiene que transcurrir para que un punto situado a 5cm del foco tenga velocidad máxima?

6) A lo largo de un resorte se produce una onda longitudinal con ayuda de un vibrador de frecuencia 50 Hz. Si la distancia entre dos compresiones sucesivas en el muelle es de 20 cm, determina:
   a) Velocidad de propagación de la onda (velocidad de fase)
   b) Supuesta la onda armónica y que se propaga en el sentido positivo del eje X, escribir su ecuación, suponiendo que en t= 0 s el foco se encuentra en su posición de elongación máxima y positiva. La amplitud del movimiento ondulatorio es 2,5 cm.

7) La ecuación de una onda viene dada por la expresión

$$y(x,t) = 0{,}5 \cos 4\pi(10t-x) \text{ (S.I.)}.$$

Calcula la diferencia de fase que existirá entre dos puntos del medio de propagación separados por la distancia de 0,5 m. Y por una distancia de 0,25 m.

8) La ecuación de una onda es: $y(x,t) = 3 \cos \pi(6t+6x)$ (S.I.)
   a) Determina las características de esta onda
   b) Calcula la elongación y la velocidad de un punto situado a 1 m del foco 1 segundo después de iniciarse el movimiento ondulatorio.

9) Una oscilación se propaga por una cuerda con una rapidez de 36 m/s y la onda completa ocupa 18 cm de la cuerda. Calcula la frecuencia de la oscilación y la nueva longitud de onda si la oscilación pasa de esta cuerda a otra unida a la primera en la que la rapidez es 46 m/s.

10) La cuerda de una guitarra vibra de acuerdo con la ecuación

$$y(x,t) = 0{,}01 \text{ sen } (10\pi x) \cos(200\pi t) \text{ (S.I.)}$$

   a) Indique de qué tipo de onda se trata y calcule su amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición puede dar lugar a dicha onda.
   b) ¿Cuál es la energía de una partícula de la cuerda situada en el punto x=10 cm? Razone la respuesta.

11) La vibración estacionaria de una cuerda se puede escribir por la ecuación

$$y = 0{,}02 \text{ sen } (10\pi x/3) \cdot \cos(40\pi t) \quad \text{(S.I.)}$$

Calcula:

   a) La velocidad y la amplitud de las ondas que por superposición pueden dar este estado de vibración.
   b) La distancia entre dos nodos consecutivos de la cuerda
   c) La velocidad máxima que presenta el punto medio (vientre) entre dos nodos consecutivos.

12) La ecuación de una onda es $y = 0{,}2 \cos(0{,}5\pi x) \text{ sen}(30\pi t)$ (S.I.)

   a) Indica el tipo de onda, describe su dependencia espacial y temporal y pon el valor de las magnitudes características de la onda.
   b) Halla en qué instante será máxima la elongación y la velocidad del punto x=0,5 m. ¿Son iguales los valores máximos de la elongación y de la velocidad en otro punto cualquiera?

13) Dos ondas tienen por ecuaciones $y_1 = 6 \text{ sen } (1500t-250x)$ (S.I.) e $y_2 = 6 \text{ sen } (1500t+250x)$ (S.I.)

Halla:

a) La ecuación de la onda estacionaria resultante
b) Amplitud en los nodos y en los vientres
c) Distancia entre dos vientres consecutivos

14) Una masa de 2 kg cuelga de un resorte cuya constante elástica es k = 200 N/m y puede oscilar libremente sin rozamiento. Desplazamos la masa 10 cm de su posición de equilibrio y la soltamos para que empiece a oscilar. Calcula:

a) La ecuación del movimiento de la masa
b) El período del movimiento
c) La velocidad y la aceleración máximas
d) La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra 5 cm por encima de la posición de equilibrio y la aceleración de la masa en ese instante.

15) De un determinado muelle se cuelga un bloque de 5 kg, produciendo un alargamiento de 18 cm. Más tarde el bloque se estira 7,5 cm más y se suelta. Con estos datos calcula:

a) La constante elástica del muelle
b) La amplitud del movimiento
c) El período del movimiento
d) La energía potencial elástica del muelle en el instante en que se deja el bloque en libertad.

16) Una masa de 1kg cuelga de un resorte. Si añadimos a la masa anterior otra de 500 g, el resorte se alarga 2 cm. Al retirar la segunda masa, la primera empieza a oscilar. ¿Con qué frecuencia lo hará?

EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD EN ANDALUCÍA

2004

1. a) ¿Cuáles son las longitudes de onda posibles de las ondas estacionarias producidas en una cuerda tensa, de longitud L, sujeta por ambos extremos?
Razone la respuesta.
b) ¿En qué lugares de la cuerda se encuentran los puntos de amplitud máxima? ¿Y los de amplitud nula? Razone la respuesta.

SOL: b) $x=(2n+1)\dfrac{\lambda}{2}$; $x=n\cdot\dfrac{\lambda}{2}$ (n= 0, 1, 2...)

2. Un tabique móvil ha provocado, en la superficie del agua de un estanque un movimiento ondulatorio caracterizado por la función:

$$y = 0{,}04 \text{ sen } (10\pi x - 4\pi t + \pi/2) \text{ (S. I.)}$$

Suponiendo que los frentes de onda producidos se propagan sin pérdida de energía, determine:
a) El tiempo que tarda en ser alcanzado por el movimiento un punto situado a una distancia de 3 m del tabique.
b) La elongación y la velocidad, en dicho punto, 0,5 s después de haberse iniciado el movimiento.

SOL: a) t = 7,5 s **b)** y = 0,04 m ; v= 0 m/s

2005

3. Una partícula de 0,2 kg describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje x, de frecuencia 20 Hz. En el instante inicial la partícula pasa por el origen, moviéndose hacia la derecha, y su velocidad es máxima. En otro instante de la oscilación la energía cinética es 0,2 J y la energía potencial es 0,6 J.
a) Escriba la ecuación de movimiento de la partícula y calcule su aceleración máxima.
b) Explique, con ayuda de una gráfica, los cambios de energía cinética y de energía potencial durante una oscilación.

SOL: a) x= 0,0225 sen 40π t (m) ; a_{max}=355,3 m/s^2

2006

4.- Un bloque de 0,5 kg cuelga del extremo inferior de un resorte de constante elástica k = 72 N m^{-1}. Al desplazar el bloque verticalmente hacia abajo de su posición de equilibrio comienza a oscilar, pasando por el punto de equilibrio con una velocidad de 6 m s^{-1}.
a) Razone los cambios energéticos que se producen en el proceso.
b) Determine la amplitud y la frecuencia de oscilación.

SOL: b) A= 0,5 m ; f= 1,91 s^{-1}

2007

5. La ecuación de una onda es:
y (x, t) = 0,16 cos (0,8 x) cos (100 t) (S. I.)
a) Con la ayuda de un dibujo, explique las características de dicha onda.
b) Determine la amplitud, longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación de las ondas cuya superposición podría generar dicha onda.

SOL: b) A= 0,08 m; λ=7,85 m; f=15,9 s^{-1} ; v=124,8 m/s

2008

6. Un bloque de 0,5 kg se encuentra sobre una superficie horizontal sin rozamiento, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica k = 200 N m^{-1}. Se tira del bloque hasta alargar el resorte 10 cm y se suelta.

a) Escriba la ecuación de movimiento del bloque y calcule su energía mecánica.

b) Explique cualitativamente las transformaciones energéticas durante el movimiento del bloque si existiera rozamiento con la superficie.

SOL: a) x=0,1 cos20 t (m) ; E_m= 1 J

2010

7. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es

$$y\ (x, t) = 0{,}03\ \text{sen}\ (2t - 3x)\ (\text{S.I.})$$

a) Explique de qué tipo de onda se trata, en qué sentido se propaga y calcule el valor de la elongación en x = 0,1 m para t = 0,2 s.

b) Determine la velocidad máxima de las partículas de la cuerda y la velocidad de propagación de la onda.

SOL: a) x = 0,003 m **b)** v_{osc} = 0,06 m s^{-1} ; v_{pro} = 0,66 m s^{-1}

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL TEMA 3

1- a) A= 2 m ; $\omega = \pi$ rad s^{-1}; k =0,1 m^{-1} ; $\lambda=20\pi$ m; T= 2 s ; f=0,5 Hz; de izquierda a derecha b) 10π m s^{-1} c) y= -2 sen(π t+0,1x) d) 6,25 ms^{-1} e) 6,28 ms^{-1} f) -1,97 ms^{-2} g) -19,74 ms^{-2} h) -0,2 m

2- a) 100 m; 20 s; 5 m s^{-1} b) onda transversal, de izquierda a derecha

3- a) y= 5 10^{-2} sen ($\pi 10^3$t – 10,47 x) b) 0,10 m c) π rad

4- a) y= 0,0346 sen (2πt – 4π x) b) 0,0346 m

5- a) 0,32 m s^{-1} ; 0,4 s^{-1}; 1,6 π m; (en fase) x_2-x_1=1,6 π m; (en oposición de fase) x_2-x_1=0,8 π m b) 0,156 s

6- a) 10 m s^{-1} b) x = 2,5 10^{-2} cos (100π t - 10 π x) m

7- a) $\delta=2\pi$ (puntos en fase) b) $\delta=\pi$ (oposición de fase)

8- a) onda transversal que se desplaza de derecha a izquierda b) 3 m ; 0 m s^{-1}

9- 0,23 m ; 200 Hz

10- a) onda estacionaria producida cuando se provoca perturbaciones continuas en el extremo fijo de una cuerda ; 5 10^{-3} m; 20 ms^{-1} b) 0 J

11- a) 12 m s^{-1}; 0,01 m b) 0,3 m c) 2,51 m s^{-1}

12- a) onda estacionaria resultado de la interferencia de ondas coherentes provocadas en los dos extremos libres de una cuerda ; k=$0,5\pi$ m^{-1}; λ=4 m; ω= 30π rad s^{-1}; T=0,067 s; v=60 m s^{-1} b) y_{max}: t=0,0167 s ; v_{max}: t=0,033 s; No son iguales en cualquier otro punto, aunque en el mismo instante todos los puntos alcanzan los valores máximos de elongación y en otro instante todos los puntos alcanzan los valores máximos de velocidad.

13- a) y=12 cos (250x) sen(1500t) m b) nodos: A_r=0 m ; vientres: A_r=12 m c) 0,01257 m

14- a) y=0,1 sen(10 t) m b) 0,628 s c) 1,0 m s^{-1}; 10,0 m s^{-2} d) -10,0 N ; -5,0 m s^{-2}

15- a) 272,2 N m^{-1} b) 0,075 m c) 0,85 s d) 0,77 J

16- 2,49 s^{-1}

MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE

Nº	LEY / CONCEPTO	FÓRMULA	SIGNIFICADO Y UNIDAD DE LOS SÍMBOLOS	UTILIDAD
1	Posición de un cuerpo con MVAS	$x = A \cdot sen(\omega \cdot t + \theta_o)$	x : Elongación (posición) de un cuerpo con MVAS. Dependiendo del eje sobre el que se mueva también se suele representar con y. (m) A: Amplitud (es la máxima elongación). (m) sen : Función seno. En función de las condiciones iniciales, se puede usar la función coseno. ω : Pulsación, es el ángulo recorrido por unidad de tiempo (rad s^{-1}) t : Tiempo transcurrido (s) θ_o : Fase inicial, su valor depende de las condiciones iniciales. (rad)	Sirve para conocer la situación de un cuerpo con movimiento vibratorio armónico simple en función del tiempo.
2	Velocidad de un cuerpo con MVAS	$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta_o)$	v : velocidad de un cuerpo con MVAS. (m s^{-1})	Calcula la velocidad de un cuerpo con movimiento vibratorio armónico simple en función del tiempo.
3	Aceleración de un cuerpo con MVAS	$a = -A \cdot \omega^2 \cdot sen(\omega \cdot t + \theta_o)$ $a = -\omega^2 \cdot x$	a : aceleración de un cuerpo con MVAS. (m s^{-2})	Relación de la aceleración de un cuerpo con movimiento vibratorio armónico con otras magnitudes.
5	Velocidad en función de la elongación	$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$	v : velocidad de un cuerpo con MVAS. (m s^{-1}) ω : Pulsación, es el ángulo recorrido por unidad de tiempo (rad s^{-1})	Relación entre la velocidad, la pulsación y la elongación.
6	Dinámica del MVAS (Ley de Hooke y 2ª Ley de Newton)	$k = m \cdot \omega^2$	k : Constante elástica. (N m^{-1}) m : masa del cuerpo con MVAS. (kg) ω : Pulsación, es el ángulo recorrido por unidad de tiempo (rad s^{-1})	Expresión que relaciona la constante recuperadora con la masa del cuerpo y la pulsación del MVAS.
7	Energía de un cuerpo con MVAS	$Ep_{\max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$ $Ec_{\max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$	$Ep_{\max}$: Energía potencial máxima. (J) $Ec_{\max}$: Energía cinética máxima. (J)	Cálculo de la Ep máxima y de la Ec máxima de un cuerpo con MVAS.
		$Em_{total} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$	Em_{total} : Energía mecánica total, suma de la Ec y la Ep. (J)	Valor de la energía mecánica en un MVAS (donde por definición se conserva la energía mecánica)

MOVIMIENTO ONDULATORIO

Nº	LEY / CONCEPTO	FÓRMULA	SIGNIFICADO Y UNIDAD DE LOS SÍMBOLOS	UTILIDAD/ OBSERVACIÓN
1	Periodo	$T = \frac{1}{f}$	T : Periodo, es el tiempo que se tarda en completar un ciclo completo. (s) f : Frecuencia, es el número de ciclos por segundo (s^{-1} o Hz)	Relación entre el periodo y la frecuencia en un movimiento ondulatorio.
2	Velocidad de propagación	$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$	v : Velocidad de propagación de la onda. ($m\ s^{-1}$) λ : Longitud de onda, es la distancia entre dos puntos con la misma elongación y la misma intención de movimiento (m) f : Frecuencia, es el número de ciclos por segundo (s^{-1} o Hz)	Sirve para calcular la velocidad de propagación de la onda o velocidad de fase. No confundir con la velocidad de vibración de las partículas del medio por donde se traslada la onda.
3	Pulsación de la onda	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	ω : Pulsación, es el ángulo recorrido por unidad de tiempo (rad s^{-1})	Corresponde a los radianes que recorre la onda en cada segundo.
5	Número de ondas	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	k : Número de ondas o constante de propagación. (rad m^{-1})	Es el número de veces que vibra la onda en un recorrido de 2π radianes.
6	2ª Ley de la reflexión	$\hat{i} = \hat{r}$	$\hat{i}$: Ángulo de incidencia $\hat{r}$: Ángulo de reflexión	Nos indica que el ángulo del rayo incidente es igual al ángulo del rayo reflejado
7	Reflexión de una onda transversal en una cuerda con extremo libre	$y = A sen(\omega \cdot t + k\,x)$ $y_R = A sen(\omega \cdot t - k\,x)$	y : Ecuación de la elongación de la onda incidente. (m) y_R : Ecuación de la elongación de la onda reflejada. (m)	Sirve para identificar la ecuación de reflexión de una onda transversal en una cuerda en función del tipo de extremo.
8	Reflexión de una onda transversal en una cuerda con extremo fijo	$y = A sen(\omega \cdot t + k\,x)$ $y_R = -A sen(\omega \cdot t - k\,x)$	y : Ecuación de la elongación de la onda incidente. (m) y_R : Ecuación de la elongación de la onda reflejada. (m)	Sirve para identificar la ecuación de reflexión de una onda transversal en una cuerda en función del tipo de extremo.
9	2ª Ley de la refracción	$\frac{sen\,\hat{i}}{sen\,\hat{r}'} = \frac{v_1}{v_2}$	$sen\,\hat{i}$: seno del ángulo incidente $sen\,\hat{r}'$: seno del ángulo refractado v_1 : Velocidad de propagación de la onda en el medio de incidencia. ($m\ s^{-1}$) v_2 : Velocidad de propagación de la onda en el medio de refracción. ($m\ s^{-1}$)	Esta expresión nos permite relacionar el ángulo de incidencia, el ángulo de refracción y las velocidades en los dos medios donde se desplaza la onda.
10	Péndulo simple	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	T : Periodo de oscilación del péndulo. (s) l : Longitud del péndulo. (m) g : Aceleración de la gravedad. (ms^{-2})	La ecuación nos permite calcular el valor de la aceleración de la gravedad conociendo la longitud y el periodo de oscilación de un péndulo simple.

LAS 96 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO

$y = A \cdot sen 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$	Invirtiendo el orden de la fase $y = A \cdot sen 2\pi(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T})$	2	
	Desplazamiento de derecha a izquierda $y = A \cdot sen 2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})$	4	
	Con fase inicial $y = A \cdot sen(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \rho_o)$	8	
	En función del coseno $y = A \cdot \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$	16	
	Con signo negativo en la amplitud $y = -A \cdot sen 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$	32	
$y = A \cdot sen(\omega t - kx)$	Invirtiendo el orden de la fase $y = A \cdot sen(kx - \omega t)$	2	
	Desplazamiento de derecha a izquierda $y = A \cdot sen(\omega t + kx)$	4	
	Con fase inicial $y = A \cdot sen((\omega t - kx) + \rho_o)$	8	96
	En función del coseno $y = A \cdot \cos(\omega t - kx)$	16	
	Con signo negativo en la amplitud $y = -A \cdot sen(\omega t - kx)$	32	
$y = A \cdot sen\, k(vt - x)$	Invirtiendo el orden de la fase $y = A \cdot sen\, k(x - vt)$	2	
	Desplazamiento de derecha a izquierda $y = A \cdot sen\, k(vt + x)$	4	
	Con fase inicial $y = A \cdot sen\,(k(vt - x) + \rho_o)$	8	
	En función del coseno $y = A \cdot \cos k(vt - x)$	16	
	Con signo negativo en la amplitud $y = -A \cdot sen\, k(vt - x)$	32	

ANEXO: ONDAS SONORAS

1.-<u>ONDAS SONORAS: QUÉ SON, CÓMO SE PRODUCEN Y CÓMO SE PROPAGAN</u>

Al hacer el vacío en la campana en la que se ha introducido un despertador sonando, deja de percibirse el sonido, lo que demuestra el carácter mecánico de las ondas sonoras.

La ondas sonoras son ondas mecánicas longitudinales: mecánicas porque necesitan de un medio material para su propagación y longitudinales porque las partículas del medio oscilan en la misma dirección de propagación de la onda.

Observa ahora un sencillo experimento mediante el cual se pueden producir ondas sonoras. En primer lugar, toma una regla metálica e inmoviliza uno de sus extremos con un tornillo de mordaza. Separa luego el extremo libre de su posición de equilibrio y déjalo oscilar. Probablemente no percibas al principio sonido alguno, pero si vas acortando la parte saliente de la regla llegará un momento en el que comiences a oír un sonido.

Analicemos ahora lo que ocurre en este experimento: la regla comprime la capa de aire que está en contacto con ella por el lado hacia el que se mueve, lo que hace que aumente su presión, mientras que la capa de aire que está en contacto con el otro lado se enrarece y hace que disminuya su presión. El vaivén de la regla provoca que las compresiones y enrarecimientos del aire se sucedan de forma alternada en el tiempo y se propaguen por el medio; se genera, así, una onda mecánica longitudinal, pues las moléculas del medio son obligadas a oscilar en la misma dirección de propagación.

Ahora bien, ¿cuándo decimos que estas ondas mecánicas longitudinales son sonoras? Al percibirlas como sonido a través de nuestros oídos. Esto ocurre cuando la frecuencia de oscilación se encuentra entre 20 Hz y 20000 Hz; por esa razón, en el experimento sólo se percibe sonido cuando acortamos suficientemente la regla, pues al hacerlo, aumentamos su frecuencia de oscilación y podemos alcanzar "frecuencias audibles" para nosotros. Ya podemos, por tanto, responder a la pregunta acerca del modo en que se producen las ondas sonoras:

Todo cuerpo que oscile con una frecuencia comprendida entre 20 y 20000 Hz crea una onda sonora en el medio circundante, con independencia de que este sea sólido, líquido o gaseoso.

En cuanto a su forma de propagación, es preciso destacar un hecho que se repite en cualquiera que sea el medio circundante de la onda: las partículas siempre oscilan en la dirección de propagación de la onda. Esto produce variaciones alternadas de la densidad del medio, las cuales, al propagarse, constituyen la onda. Por tanto:

Las ondas sonoras se propagan a través de los medios materiales sólidos, líquidos o gaseosos mediante variaciones alternadas de la densidad del medio.

En medios gaseosos, dichas variaciones de densidad equivalen a una secuencia alternada de comprensiones y enrarecimientos.

2.-VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DEL SONIDO

Para que una onda mecánica se propague en un medio, éste debe tener dos propiedades: inercia y elasticidad.

En general, la velocidad de propagación de una onda mecánica viene dada por:

$$v = \sqrt{\frac{propiedad\ elástica}{propiedad\ inercial}}$$

La velocidad a la que se propaga el sonido no depende de su intensidad o de sus cualidades, sino únicamente de las propiedades del medio.

Cuanto mayor sea la rigidez del medio, mayores serán también las fuerzas restauradoras que hacen que las partículas recuperen sus posiciones originales. De ese modo, en general, el sonido se propaga con mayor velocidad en los medios más rígidos, por lo que la velocidad de propagación es más elevada en los sólidos que en los líquidos y los gases.

En los **fluidos** (gases y líquidos), la velocidad de propagación del sonido viene dada por la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

donde B es el llamado módulo de compresibilidad, que mide la relación entre el cambio de presión y la variación relativa del volumen, es decir, las propiedades elásticas del medio, mientras que ρ representa la densidad y mide, por tanto, la propiedad inercial del medio.

En los **sólidos**, la expresión es muy similar cuando se trata, por ejemplo, de varillas largas y delgadas. En este caso, el módulo de compresibilidad aparece reemplazado en la expresión por el llamado módulo de Young (Y) que representa las propiedades elásticas del sólido.

2.1.-Velocidad de propagación del sonido en los gases

En los gases resulta ilustrativo relacionar la velocidad de propagación con factores como la temperatura, puesto que, al aumentar ésta, las moléculas de los gases chocan con mayor frecuencia y transmiten más rápidamente la perturbación.

Teniendo en cuenta que la propagación del sonido en un medio gaseoso tiene lugar a través de compresiones y enrarecimientos, puede considerarse, dada su rapidez, un proceso adiabático en el que no se transfiere calor al medio. En el caso de los gases ideales, podemos sustituir el coeficiente de compresibilidad por la siguiente expresión:

$$B = \gamma p_o$$

donde p_o es la presión del gas antes de sufrir cualquier perturbación, y γ , el llamado coeficiente adiabático del gas.

Para 1 mol de gas, el valor de p_o , es:

$$p_o = \frac{RT}{V}$$

De la definición de densidad:

$$V = \frac{M}{\rho}$$

expresión en la que M es la masa molar del gas (puesto que se considera 1 mol). En consecuencia, la expresión del módulo de compresibilidad del gas queda de la forma:

$$B = \gamma\, p_o = \frac{\gamma RT}{V} = \frac{\gamma RT\rho}{M}$$

Por tanto, teniendo en cuenta que $v = \sqrt{B/\rho}$, podemos establecer que la velocidad de propagación del sonido en un gas es:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Esta expresión muestra cómo la velocidad de propagación del sonido en los gases depende de la temperatura.

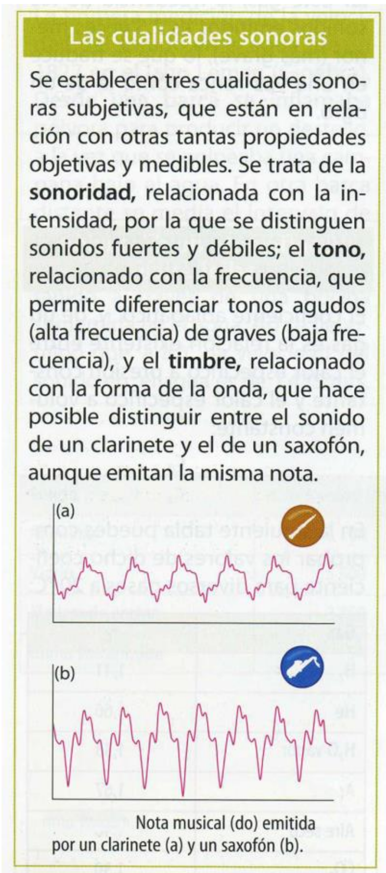
3.-INTENSIDAD DEL SONIDO Y SENSACIÓN SONORA

La intensidad de una onda se define como la cantidad de energía que llega por unidad de tiempo a una unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación. Es decir:

$$I = \frac{E}{S\,t}$$

Si consideramos que el medio a través del que se propaga el sonido es isótropo, los frentes de ondas sonoras emitidos por una fuente puntual son superficies esféricas ($S = 4\pi r^2$). Como la energía por unidad de tiempo es precisamente la definición de potencia, P, puede establecerse la siguiente relación entre la distancia y la potencia del foco puntual emisor a fin de conocer la intensidad:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$


Las cualidades sonoras

Se establecen tres cualidades sonoras subjetivas, que están en relación con otras tantas propiedades objetivas y medibles. Se trata de la **sonoridad,** relacionada con la intensidad, por la que se distinguen sonidos fuertes y débiles; el **tono,** relacionado con la frecuencia, que permite diferenciar tonos agudos (alta frecuencia) de graves (baja frecuencia), y el **timbre,** relacionado con la forma de la onda, que hace posible distinguir entre el sonido de un clarinete y el de un saxofón, aunque emitan la misma nota.

Nota musical (do) emitida por un clarinete (a) y un saxofón (b).

Aplicando a las ondas sonoras las conclusiones al estudio de la energía transmitida por ondas armónicas esféricas podemos establecer:

- La intensidad del sonido es proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la frecuencia.
- La intensidad del sonido disminuye al alejarse del foco puntual emisor a tenor de $1/r^2$, siguiendo la ley del inverso del cuadrado de la distancia.

Teniendo en cuenta que en la propagación del sonido la amplitud puede contemplarse desde el punto de vista de la oscilación de las partículas del medio o de las variaciones de presión, se puede demostrar que la intensidad del sonido se relaciona con las variaciones de presión producidas por la fuente sonora según la expresión:

$$I = \frac{p_o^{\,2}}{2\rho v}$$

donde p_o representa la máxima amplitud de presión; ρ es la densidad del medio, que en el caso del aire es de 1,22 kg/m^3, y v es la velocidad de propagación del sonido.

Como receptor de sonidos, el oído humano abarca un amplísimo espectro de intensidades, que van desde los casi imperceptibles 10^{-12} W/m^2, considerados como **umbral de audición**, hasta aproximadamente 1 W/m^2, que correspondería a una **sensación auditiva dolorosa**, por ejemplo la producida por un taladro neumático funcionando a dos metros de distancia. Por el contrario, la intensidad de una conversación a volumen normal sería de unos 10^{-6} W/m^2.

3.1.-Escala de nivel de intensidad sonora

Cuando percibimos los sonidos, podemos distinguir entre sonidos fuertes y débiles, esta percepción está relacionada con la intensidad. Esta relación dista mucho de ser lineal y depende de la frecuencia del sonido.

Nivel de intensidad (dB)	Intensidad (W/m^2)	Índice de refracción
0	10^{-12}	Umbral de audición
10	10^{-11}	Susurro de las hojas
20	10^{-10}	Cuchicheo (a 1 m de distancia)
30	10^{-9}	Casa tranquila
40	10^{-8}	Casa normal, oficina tranquila
50	10^{-7}	Oficina normal
60	10^{-6}	Conversación normal, tráfico normal
70	10^{-5}	Oficina ruidosa, calle animada
80	10^{-4}	Tráfico intenso, comedor escolar
90	10^{-3}	Ferrocarril subterráneo
100	10^{-2}	Taller de maquinaria, discoteca
120	10^{0}	Avión comercial despegando; umbral del dolor
140	10^{2}	Avión a reacción (a 30 m de distancia)

Debido al amplio rango de intensidades que abarca el oído humano, suele emplearse una escala logarítmica de intensidades relativas llamada **escala de nivel de intensidad**. De acuerdo con esta escala:

Se define el **nivel de intensidad, β,** de una onda sonora como:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_o}$$

Los niveles de intensidad se miden en decibelios (dB).

En la expresión anterior, I es la intensidad de la onda sonora e I_o es un nivel de referencia que se denomina intensidad umbral y cuyo valor es 10^{-12} W/m^2. Si sustituimos I por el valor de la intensidad umbral, el nivel de intensidad será de 0 dB, mientras que si elegimos I= 1 W/m^2, el nivel de intensidad será de 120 dB, que corresponde al umbral de dolor.

3.2.-Contaminación acústica y calidad de vida

Tanto los organismos internacionales como los centros de investigación en materia de acústica recomiendan que el sonido ambiental no supere los 65 dB. Los estudios que se han llevado a cabo hasta el momento demuestran que exposiciones más o menos prolongadas a niveles de intensidad superiores no solamente pueden acarrear problemas auditivos (como la pérdida irreversible de capacidad auditiva), sino también otras complicaciones, como irritabilidad, falta de concentración, estrés, fatiga, alteraciones del ritmo respiratorio, problemas digestivos, etcétera, con la consiguiente pérdida de calidad de vida.

El problema de la contaminación acústica tiene su máxima expresión en zonas urbanas (en aquellos puntos en los que la densidad de tráfico es elevada) y en áreas colindantes con aeropuertos. Los niveles de intensidad de ruido recomendados se superan también ampliamente tanto en locales de ocio (discotecas, pubs, etcétera) como en numerosos centros laborales e industriales; a este respecto, la contaminación acústica se ha convertido en uno de los problemas contemplados en las normativas de seguridad e higiene en el trabajo.

Las medidas contra la contaminación acústica suelen ser de dos tipos:

- **Pasivas**. No actúan contra los focos emisores, sino que tratan de amortiguar la propagación del sonido o su impacto. Ejemplos de estas medidas serían la insonorización de locales o viviendas, los muros de apantallamiento levantados en vías urbanas, las “barreras verdes” (arbolado denso) o las medidas de protección individual en el trabajo, como el empleo de cascos antirruido.

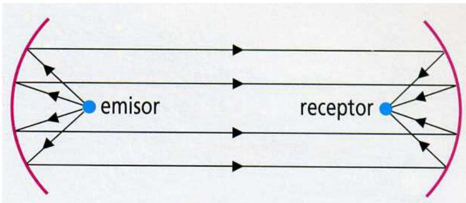
- **Activas**. Actúan contra los focos emisores de ruido. En esta línea se engloban el uso de silenciadores y filtros para reducir la emisión de ruidos en los motores, así como las investigaciones para la optimización de los mismos. También pertenecen a este tipo de medidas las tendentes a fomentar el transporte público o reducir o prohibir el tráfico rodado en algunas zonas de los cascos urbanos.

No cabe duda de que resulta necesario aplicar ambos tipos de medidas en las zonas urbanas e industriales. Sin embargo, sería deseable que en la lucha contra la contaminación acústica se otorgara preferencia a las iniciativas de tipo activo.

4.-FENÓMENOS ONDULATORIOS DEL SONIDO

Las ondas sonoras, como ondas que son, también pueden reflejarse, refractarse, interferir con otras ondas y difractarse.

4.1.-La reflexión del sonido



En muchos museos de ciencia existen antenas parabólicas dispuestas a cierta distancia una enfrente de la otra; cuando alguien habla con un volumen de voz normal cerca de una de ellas, el sonido llega con nitidez al oído de otra persona situada en la otra antena. La razón es la siguiente: si el sonido se emitiese directamente al aire, en forma de ondas esféricas, su intensidad decrecería conforme a $1/r^2$. Sin embargo, al dirigir el sonido hacia la antena parabólica, el fenómeno de reflexión hace que se propague en una misma dirección, evitando su amortiguación con la distancia. Posteriormente, la reflexión en la segunda antena hace converger el sonido en el oído de la otra persona, que lo escucha con claridad.

Este mismo fenómeno explica el funcionamiento de un megáfono, cuya finalidad consiste en dirigir la voz en un cono de dirección limitada, evitando así la amortiguación por efecto de la distancia. Esto explica, igualmente, por qué al juntar las manos en la boca en forma de altavoz nos hacemos oír a mayor distancia.

La reflexión del sonido da lugar a dos fenómenos interesantes: el eco y la reverberación.

- **Eco**. El ser humano es capaz de distinguir entre dos sonidos si llegan a su oído con una diferencia de 0,1 s. Esto significa que, al considerar como valor de la velocidad del sonido el de 340 m/s, podríamos distinguir entre dos sonidos simultáneos cuyas fuentes emisoras se encontrasen entre sí a una distancia de 34 m. En el caso de que nuestra propia voz se reflejase en una superficie, percibiríamos dos sonidos diferentes (eco) cuando la distancia mínima a la superficie reflectante fuese de 17 m, de modo que el sonido (el incidente más el reflejado) recorra en total los 34 m necesarios.
- **Reverberación.** Cuando el tiempo que tarda en llegarnos el sonido reflejado es menor que 0,1 s, no percibimos eco, pero sí un peculiar efecto sonoro: como si el sonido reflejado se superpusiera y alargase. Es esa extraña sensación que se produce al hablar en una habitación sin amueblar, donde las reflexiones del sonido con las paredes no llegan a producir eco, sino lo que conocemos como reverberación. Este fenómeno determina las cualidades acústicas o sonoras de los locales, y en muchas ocasiones es necesaria la existencia de cierta reverberación cuidadosamente calibrada para garantizar la adecuada acústica, como sucede en los auditorios.

4.2.-La refracción del sonido

Seguro que más de una vez habrás escuchado sonidos procedentes de alguna fuente que sabes lejana, como la bocina de un tren o los altavoces de un concierto. Lo peculiar de este fenómeno es que, a tales distancias, sería normal que no nos llegue el sonido. ¿Cuándo y por qué ocurre esto?

Según hemos explicado, una onda se desvía de su trayectoria al pasar de un medio a otro cuya velocidad de propagación es diferente. Esto es lo que ocurre, por ejemplo, cuando un sonido es emitido en la superficie terrestre, la temperatura de las distintas capas de aire aumenta, con lo que se incrementa también la velocidad de propagación. Estas diversas refracciones se producen, por tanto, con distinto ángulo de refracción (mayor a medida que aumenta la velocidad), lo que provoca la desviación de la trayectoria de la onda sonora hasta que ésta llega de nuevo al suelo. Esto hace que el sonido se oiga a grandes distancias. Este fenómeno es muy típico de las noches invernales, en las que la temperatura del aire que está en contacto con la tierra es más baja. Como puedes observar, el fenómeno se parece al de la reflexión del sonido, pero aquí estamos hablando de refracción. Un hecho similar ocurre en el caso de la luz y la formación de espejismos.

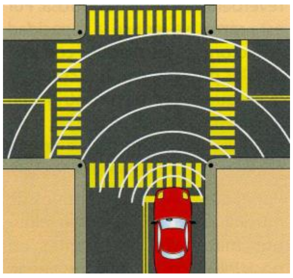
Lentes acústicas

Las llamadas lentes acústicas constituyen un curioso ejemplo de refracción del sonido. Se llaman así porque, al igual que las lentes ópticas, pueden hacer converger o

Un globo lleno de hexafluoruro de azufre constituye una lente acústica convergente.
Un globo con helio se comporta como una lente acústica divergente.

divergir las ondas sonoras. Si entre un foco emisor de sonido y nuestro oído colocamos un globo lleno de dióxido de carbono o hexafluoruro de azufre (gases más pesados que el aire en lo que la velocidad de propagación del sonido es menor), se producirían las refracciones que se indican en la figura, las cuales hacen converger el sonido sobre nuestro oído, de modo que lo escuchamos amplificado. Si, por el contrario, intercalamos un globo con helio, conseguiremos divergir el sonido y lo escucharemos con poca intensidad.

4.3.-La difracción del sonido



Las ondas sonoras también dan lugar a fenómenos de difracción, es decir, bordean los objetos que se interponen en su camino. Dicho fenómeno es el responsable de que podamos escuchar el claxon de un coche a la vuelta de una esquina o de una curva cerrada. Si el sonido no tuviese naturaleza ondulatoria, de nada serviría esta costumbre. En la figura se ilustra, siguiendo el principio de Huygens, el fenómeno que permite oír sonidos producidos “a la vuelta de la esquina”.

5.-<u>EL EFECTO DOPPLER</u>

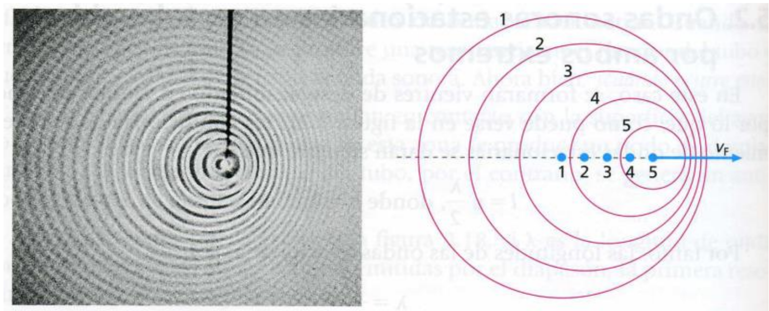
Seguramente habrás notado alguna vez cómo cambia el sonido del claxon de un coche que se acerca, pasa a nuestro lado y finalmente se aleja; del mismo modo, el pitido de un tren que se aproxima a nosotros es más agudo, mientras que se hace más grave a medida que se aleja. Pues bien, todos estos fenómenos están relacionados con el **efecto Doppler**, llamado así en honor de su descubridor, el físico austriaco Christian Doppler (1803-1853).

Se conoce como efecto Doppler el fenómeno debido al movimiento relativo de la fuente sonora y el observador por el que cambia la frecuencia que se percibe de un sonido.

Trataremos de explicar por qué cambia el tono o frecuencia del sonido que se percibe cuando la fuente sonora o el propio observador, o ambos a la vez, se encuentran en movimiento.

5.1.-<u>Fuente sonora en movimiento y observador en reposo</u>

Imaginemos una fuente sonora (F) que se desplaza hacia la derecha. Si al cabo de un tiempo t representamos la situación de los distintos frentes de onda, obtendremos una gráfica como la que muestra la figura. En ella se aprecia que los frente de onda no son circunferencias concéntricas; por el contrario, la separación entre las ondas es menor en el lado hacia el que se mueve la fuente sonora y mayor en el opuesto. Esto se traduce en que, para un observador que se hallase en reposo a la derecha y que viera acercarse la fuente sonora, la longitud de onda efectiva será menor y, en consecuencia, la frecuencia mayor que la que correspondería al sonido emitido por la fuente si esta estuviera en reposo. Es decir, percibiría un tono más agudo.



Si la fuente se mueve con una velocidad v_F, y v es la velocidad del sonido, la velocidad aparente de propagación de las ondas para ese observador será $v-v_F$ y, por tanto, la longitud de onda que medirá aquel será menor, en lugar de ser $\lambda=v\ T$, como correspondería a una situación de reposo, tendremos:

$$\lambda' = (v - v_F)T = \frac{v - v_F}{f}$$

Por su parte, la frecuencia que percibirá el observador hacia el que se acerca la fuente será:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = f\left(\frac{v}{v - v_F}\right)$$

Así pues, f´>f, como habíamos previsto.

Por el contrario, para un observador que se hallase en reposo a la izquierda y que viera la fuente alejándose, la longitud de onda sería mayor y la frecuencia menor, por lo que percibiría un tono más grave.

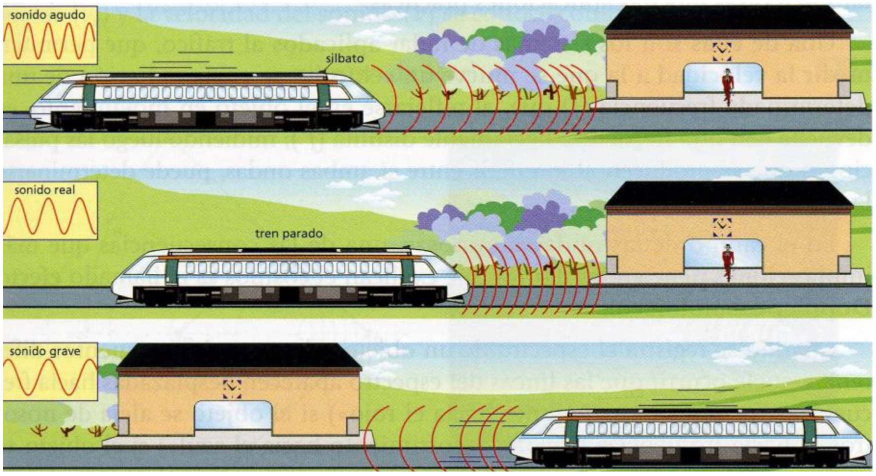
Así pues, la longitud de onda es:

$$\lambda' = (v + v_F)T = \frac{v + v_F}{f}$$

y la frecuencia que percibirá el observador a medida que la fuente se aleja es:

$$f' = f\left(\frac{v}{v + v_F}\right)$$

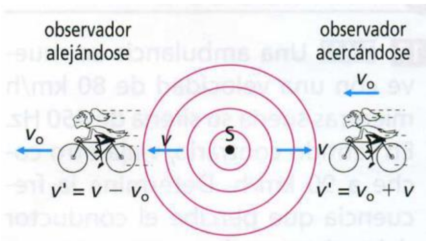
donde $f' < f$, lo que correspondería a un tono más grave que el original.



5.2.-<u>Fuente sonora en reposo y observador en movimiento</u>

Como puedes ver en la figura, la modificación que experimenta el tono en este caso no se debe a la variación de la longitud de onda, que siempre será la misma, sino a la distinta velocidad con la que le llegan al observador los frentes de onda según se acerque o aleje de la fuente sonora.

Si el **observador se acerca a la fuente** con velocidad v_O, la velocidad con que le llegan los frentes de onda será mayor ($v' = v + v_O$). Por tanto, la frecuencia que percibirá será:



$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_O}{v / f}$$

Es decir:

$$f' = f\left(\frac{v + v_O}{v}\right)$$

Por tanto, $f' > f$ y el observador percibe un sonido más agudo, como ocurría cuando la fuente se acercaba a él.

Si el **observador se aleja**, la velocidad a la que le llegan los frentes de onda será $v' = v - v_O$, por lo que, de un modo análogo al anterior, llegamos a que:

$$f' = f\left(\frac{v - v_O}{v}\right)$$

Por tanto, $f' < f$, por lo que el observador percibirá un sonido más grave, al igual que cuando la fuente se alejaba de él.

5.3.-<u>Fuente sonora y observador en movimiento</u>

Combinando los casos anteriores, obtenemos que la frecuencia percibida por el observador cuando **fuente y observador se acercan al mismo tiempo es:**

$$f' = f\left(\frac{v+v_O}{v-v_F}\right)$$

Si **el observador y la fuente se alejan a la vez**, la frecuencia será:

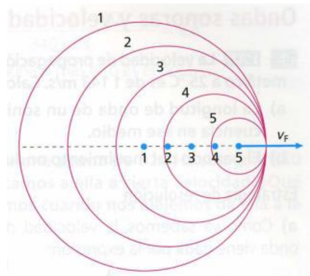
$$f' = f\left(\frac{v-v_O}{v+v_F}\right)$$

El efecto Doppler es uno de los aspectos más interesantes de las ondas en general, y aunque aquí lo hemos estudiado en relación con el sonido, tiene también otras muchas aplicaciones prácticas. Una de ellas son los sistemas de radar aplicados al tráfico, que permiten medir la velocidad a la que se mueve un vehículo: se envía radiación de una determinada frecuencia (f) que, al reflejarse en el objeto en movimiento, es devuelta con otra frecuencia ligeramente distinta (f´); midiendo luego las pulsaciones que se producen al interferir entre sí ambas ondas, puede determinarse la velocidad del vehículo.

En el campo de las ondas luminosas, una de las consecuencias que más implicaciones tiene en las teorías que explican el cosmos es el llamado efecto Doppler cosmológico. Cuando se registra el espectro de un objeto celeste en dos momentos diferentes, suele ocurrir que las líneas del espectro aparecen desplazadas hacia frecuencias menores (corrimiento hacia el rojo) si el objeto se aleja de nosotros, o hacia frecuencias mayores (corrimiento hacia el azul) si el objeto se acerca hacia nosotros. Midiendo esos desplazamientos, puede determinarse la velocidad relativa del objeto en cuestión. No obstante, dado que las ondas luminosas se propagan a una velocidad enorme, el efecto Doppler es, en este campo, insignificante y solo se aprecia cuando la velocidad del foco se aproxima a la de la luz.

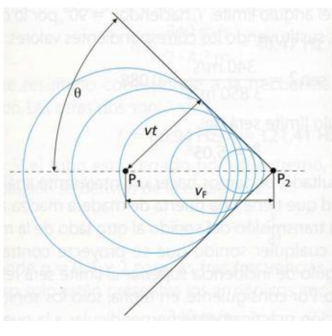
5.4.-<u>Romper la barrera del sonido</u>

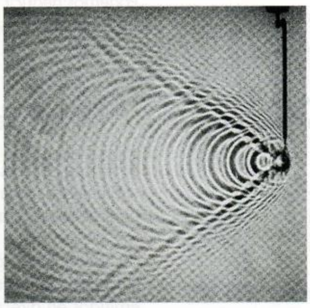
Si una fuente sonora se mueve con una velocidad igual a la de propagación de los frentes de ondas que emite, tendremos la situación que se ilustra en la figura. En ese instante, los frentes de onda tangentes constituyen una barrera que opone gran resistencia a ser atravesada.



No obstante, si la fuente supera la velocidad del sonido, seguirá moviéndose sin problemas, pero ahora los frentes de onda aparecerán superpuestos y formarán un frente cónico conocido como **onda de choque u onda de Mach.**

Cuando estas ondas de choque llegan a tierra, ser percibe un estampido bastante desagradable en forma de explosión. La relación entre la velocidad de la fuente (v_F) y la velocidad del sonido (v) se conoce como número de Mach.





$$\text{número de Mach} = \frac{v_F}{v}$$

La fotografía muestra el preciso instante en que un avión supersónico rompe la barrera del sonido. El aire circundante es comprimido por las ondas de choque y posteriormente sufre una súbita expansión y el consiguiente enfriamiento del aire húmero que produce la condensación del vapor de agua en forma de nube que envuelve al avión. Esa súbita expansión es la que origina el estruendo que a veces se percibe cuando un avión supera la barrera del sonido.

PROBLEMAS

1. Considera una fuente sonora que emite a 500 Hz en el aire. Si este sonido se transmite después a un líquido con una velocidad de propagación de 1800 m/s, calcula:
    a) La longitud de onda del sonido en el aire.
    b) El período del sonido en el aire.
    c) La longitud de onda del sonido en el líquido.
2. El nivel de intensidad sonora de una bocina es de 60 dB a 10 m de distancia. Considerando la sirena un foco emisor puntual, determina:
    a) La intensidad sonora a 100 m y a 1 km de distancia.
    b) El nivel de intensidad sonora a 100 m y a 1 km de distancia.
    c) La distancia a la que la sirena deja de ser audible.
3. Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual. La primera, a una distancia x del foco, da como resultado 100 dB, y la segunda, realizada 100 m más lejos de x en la misma dirección, da como resultado 80 dB.
    a) Las distancias al foco desde donde se hacen las mediciones.
    b) La potencia sonora del foco emisor.
4. Una ambulancia se mueve con una velocidad de 80 km/h mientras suena su sirena de 450 Hz. Al mismo tiempo un coche circula a 90 km/h. Determina la frecuencia que percibe el conductor del coche cuando:
    a) Los dos vehículos se aproximan.
    b) Los dos vehículos se alejan.
5. El sonido de una sirena de 820 Hz se oye a 850 Hz cuando nos acercamos a ella a cierta velocidad. ¿Qué frecuencia percibiremos cuando nos alejemos de ella a la misma velocidad?
6. Un tren se mueve con una velocidad de 50 m/s y la frecuencia de su silbato es de 50 Hz. Calcula la longitud de onda que percibe un observador inmóvil que está:
    a) Delante de la locomotora.
    b) Detrás de la locomotora.

7. Se da un golpe en un extremo de una viga de madera de encina. Una persona que se encuentra situada en el otro extremo escucha dos golpes separados por un intervalo de 0,1 s. ¿Cuál es la longitud de la viga?
   Dato: La velocidad del sonido en la madera de encina es de 3850 m/s
   Ayuda: El primer sonido que escucha la persona es el transmitido por la madera y el segundo es el transmitido por el aire.
8. a) A 21ºC , el sonido se propaga por el aire a 343,6 m/s. ¿Con qué velocidad se propagará el sonido por el aire a 30ºC?
   b) Un día, con la temperatura del aire a 25ºC, se coloca un altavoz que emite una nota de frecuencia 261,63 Hz en un vehículo. ¿Con qué velocidad se mueve el vehículo si un micrófono colocado en el suelo del trayecto capta una nota de 284,67 Hz? Indica si el coche se aleja o acerca al micrófono.

SOLUCIONES

1. a) 0,68 m b) $2\ 10^{-3}$ s c) 3,6 m
2. a) $I_{100\ m}=10^{-8}$ W m^{-2} ; $I_{1000\ m}=10^{-10}$ W m^{-2} ; b) $b_{100\ m}$=40 dB ; $b_{1000\ m}$=20 dB ; c) 10^4 m
3. a) 11,1 m y 111,1 m b) 15,5 W
4. a) 516,9 Hz b) 391,3 Hz
5. 790 Hz
6. a) 5,80 m b)7,80 m
7. 37,3 m
8. A 100,8 km/h acercándose al micrófono